

**Лекція 10. Плоскопаралельна пластинка. Призми.
Тонкі лінзи. Формула тонкої лінзи
Заломлення на плоскій поверхні**

$$n_{1,2} = \frac{\sin i}{\sin r}; \quad n_{2,1} = \frac{\sin i_1}{\sin r_1};$$

Звідси: $\frac{\sin i}{\sin r_1} = 1; \quad i = r_1.$ $\frac{\sin i \cdot \sin i_1}{\sin r \cdot \sin r_1} = n_{1,2} n_{2,1} = 1.$

Висновок: $SO \parallel S_1O_1$, але зміщений на відстань x , x – величина зміщення, яка дорівнює: $x = OO_1 \sin(i - r); \quad OO_1 = d / \cos r;$

$$x = \frac{d \sin(i - r)}{\cos r}. \quad (3.8)$$

Величина зміщення променя залежить від товщини пластинки d .

Хід променів через призму. Призма – пластинка, обмежена непаралельними гранями (площинами).

Θ – називається відхиляючим або заломлюючим кутом призми. Призма відхиляє промінь до її основи. Кут відхилення δ залежить від заломлюючого кута призми, від кута падіння променя α та від показника заломлення скла призми. Теорія показує, що кут відхилення буде найменшим, якщо кут падіння променя на одну грань призми та кут заломлення, при виході променя з іншої грані, рівні. Промінь, який

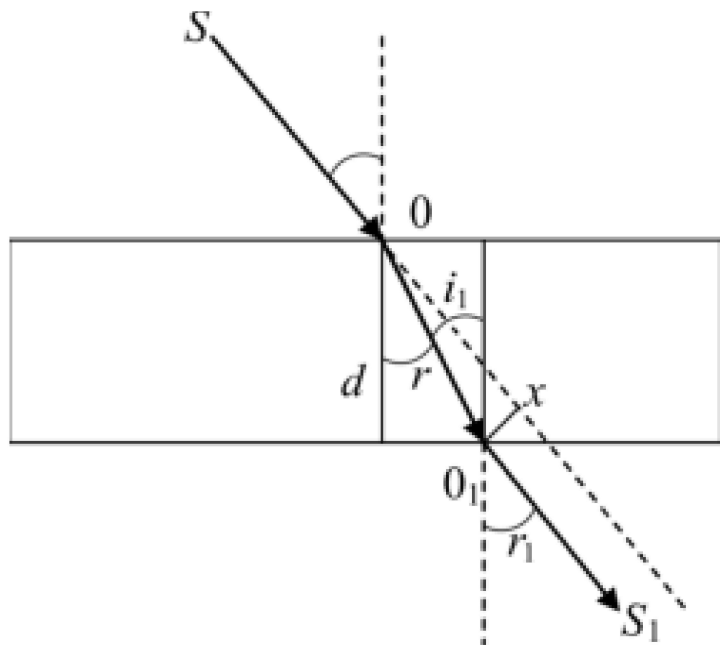


Рис. 3.10

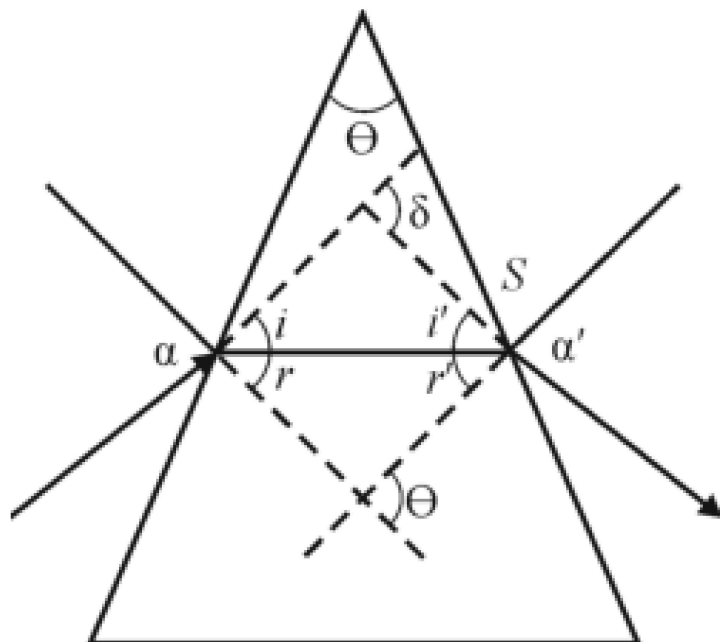


Рис. 3.11

проходить крізь призму, в цьому випадку перпендикулярний до бісектриси заломлюючого кута, тобто :

$$\angle\alpha = \angle\alpha', \quad \angle i = \angle i'.$$

З рис. 3.11 бачимо, що $\delta = i + i'$, $\delta = \alpha - r + \alpha' - r' = 2\alpha - 2r = 2\alpha - \theta$, $\theta = 2r$, як зовнішній кут.

Для найменшого кута:

$$\delta = 2\alpha - \theta; \quad \alpha = \frac{\delta + \theta}{2}; \quad \theta = 2r; \quad r = \frac{\theta}{2}.$$

Звідси:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + \theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}. \quad (3.9)$$

Попередні формули виражають закон відхилення променя призмою.

Призми використовуються для повороту променів на деякий кут.

Існують і такі призми:

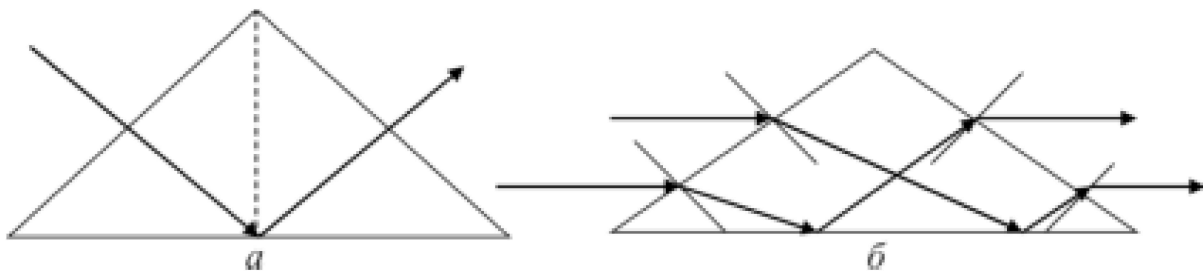


Рис. 3.12: *a* – призма повного внутрішнього відбивання (прямокутна);
б – оборотна призма (тупокутна)

Заломлення на сферичній поверхні. Нехай з точки *S* падає на сферичну поверхню гомоцентричний пучок променів.

Виникають питання:

1. Після заломлення цей пучок залишиться гомоцентричним?
2. Де знаходиться точка *S'*, якщо вона є?

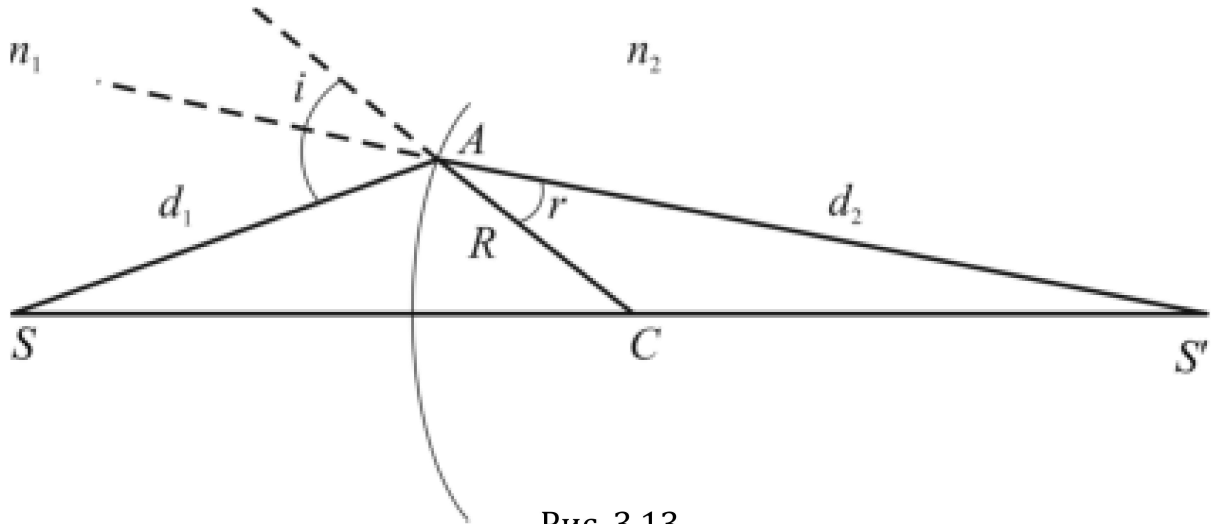


Рис. 3.13

Знайдемо точку S' , в якій перетинаються промені після заломлення.

$$\text{пл. } \Delta SAC + \text{пл. } \Delta CAS' = \text{пл. } \Delta SAS',$$

$$1/2 d_1 R \sin i + 1/2 R d_2 \sin r = 1/2 d_1 d_2 \sin(i-r),$$

поділимо на $d_1 d_2 R \sin r$ всі члени:

$$\frac{1}{d_2} \frac{\sin i}{\sin r} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{R} \frac{\sin(i-r)}{\sin r};$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1};$$

$$\sin(i-r) = \sin i \cos r - \cos i \sin r;$$

$$\frac{1}{d} \frac{n_2}{n_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2}{n_1} \cos r - \cos i \right).$$

Помножимо на n_1 всі члени, отримаємо основне рівняння оптичної техніки:

$$\begin{aligned} \frac{n_2}{d_2} + \frac{n_1}{d_1} &= \frac{1}{R} (n_2 \cos r - n_1 \cos i) \quad \text{або} \\ \frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_2} &= \frac{1}{R} (n_2 \cos r - n_1 \cos i). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Це рівняння встановлює зв'язок між відстанями d_1 та d_2 , n_1 , n_2 та кутами. Його використовують для розрахунку різних оп-

тичних приладів, безпосередньо для лінз, при цьому враховують, що:

- лінзи тонкі;
- промені йдуть близько до оптичної вісі (параксіальний пучок).

Лінзи. Лінзами прийнято називати скло, яке обмежене сферичними або циліндричними поверхнями.

Ми розглянемо тільки сферичні лінзи (рис. 3.14, а). Якщо краї тонші, аніж середина, – лінза збираюча, якщо навпаки – розсіювальна, рис. 3.14, б.

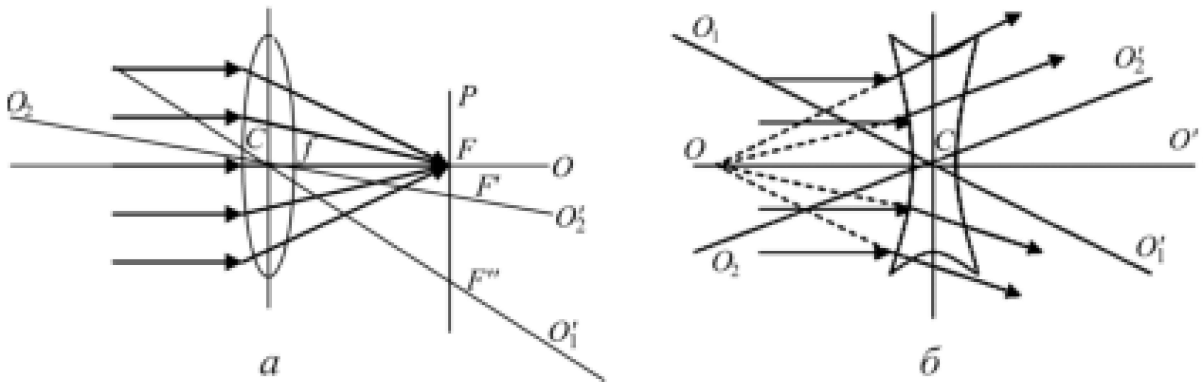


Рис. 3.14

Основні параметри або визначення лінз.

- оптичний центр лінзи точка C , головна оптична вісь OO' , головний фокус F , побічні вісі $O_1O'_1, O_2O'_2$, побічні фокуси F', F'' , головна фокусна відстань f , фокальна площина P .
- умовні позначення лінз $\begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{---} \end{array}$ – збираюча та $\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$ – розсіювальна лінзи.

Кожна лінза обмежена сферичними поверхнями однакової кривизни, які мають два фокуси, симетрично розміщені відносно оптичного центру лінзи. Фокус розсіювальної лінзи уявний. Фокальна площина лінзи – це площина, проведена через головний фокус, перпендикулярно головній оптичній вісі.

Формула лінзи. З точки S_1 на двоякоопуклу лінзу падає розбіжний пучок променів (параксіальний). Основне питання теорії: після заломлення зійдеться цей пучок в точці S_2 , тобто

зобразиться точка S_1 точкою. Чи буде пучок заломлених променів гомоцентричним (чи збереться він в одній точці)?

Побудуємо хід одного променя.

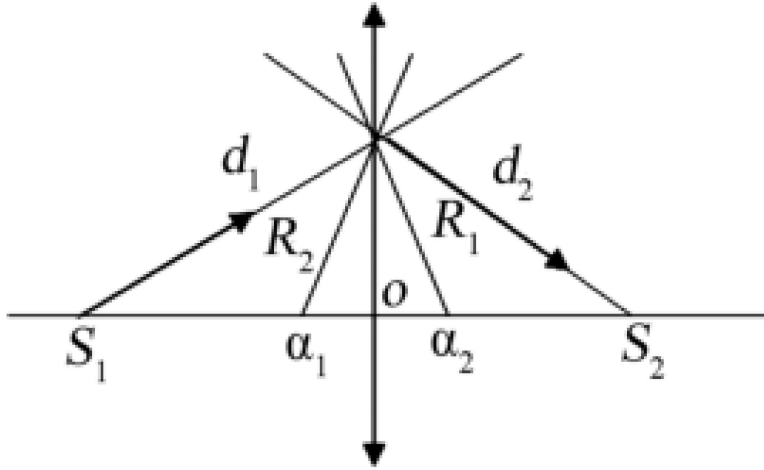


Рис. 3.15

$$S_1O = \alpha_1, OS_2 = \alpha_2.$$

Застосуємо основне рівняння оптичної техніки до лінзи. Вважаючи, що промені параксіальні, прийнемо $\cos r = \cos i = 1$. Замість d_1 та d_2 введемо α_1 та α_2 . Тоді рівняння матиме вигляд:

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{1}{R}(n_1 - n_2).$$

Застосуємо це рівняння два рази до передньої та задньої поверхонь для отримання формули лінзи:

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a'_1} - \frac{n_2}{a'_2} + \frac{n_1}{a_2} = \frac{1}{R_1}(n_2 - n_1) + \frac{1}{R_2}(n_2 - n_1);$$

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_1}{a_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) (n_2 - n_1);$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (3.11)$$

У формулі лінзи α_1 та α_2 називаються спряжені відстані, якщо $\alpha_1 = -\infty$, тоді $\alpha_2 = f$, тобто фокусній відстані.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

З урахуванням правила знаків формула лінзи має ще і такий вигляд рівняння Гаусса:

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}. \quad (3.12)$$

Якщо відстань від оптичного центру відраховується в іншу сторону від напрямку падіння променів, то значення береться зі знаком мінус, якщо по ходу променів, то зі знаком плюс. Сам вигляд цієї формули відповідає на задане вище питання: положення точки S_2 при постійному f , яке визначається відстанню α_2 , залежить тільки від положення точки S_1 , визначеного відстанню α_1 . Це означає, що гомоцентричний пучок променів із S_1 залишається гомоцентричним. Величина $D=1/f$ – характеризує оптичну силу лінзи, якщо f вимірюється в метрах, то D – в діоптріях.

Це рівняння можна застосувати і для інших лінз, надаючи R_1 та R_2 різних значень та знаків. Так, для плоскоопуклої лінзи, позначивши $R=\infty$, $\frac{1}{R} = 0$, формула приймає вигляд:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \frac{1}{R_2}; \quad n = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.13)$$

Шість випадків побудови зображення в лінзах

1. Предмет знаходиться на нескінченності. Промені із нескінченності ідуть паралельними пучками. F' – фокус для косоного пучка (побічний фокус). Якщо предмет знаходиться на нескінченності, то зображення знаходиться в фокальній площині.

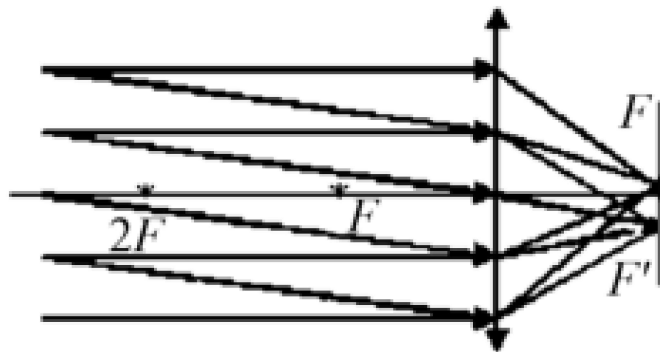


Рис. 3.16

2. Предмет знаходиться за подвійним фокусом. Зображення дійсне, перевернуте, зменшене.

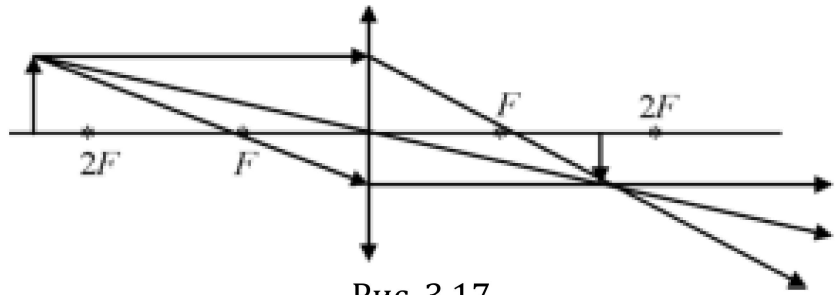


Рис. 3.17

3. Предмет знаходиться на подвійній фокусній відстані. Зображення дійсне, перевернуте, однакове за розміром.

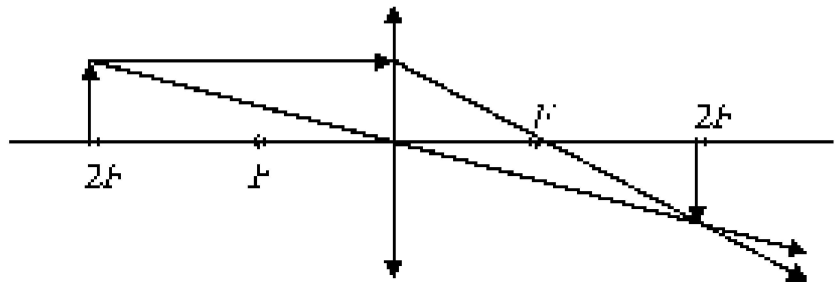


Рис. 3.18

4. Предмет знаходиться між головним фокусом та подвійним фокусом. Зображення дійсне, перевернуте, збільшене.

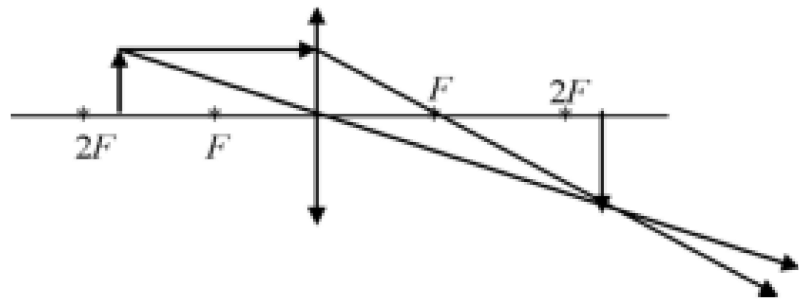


Рис. 3.19

5. Предмет знаходиться в фокальній площині. Зображення дійсне, знаходиться на нескінченності.

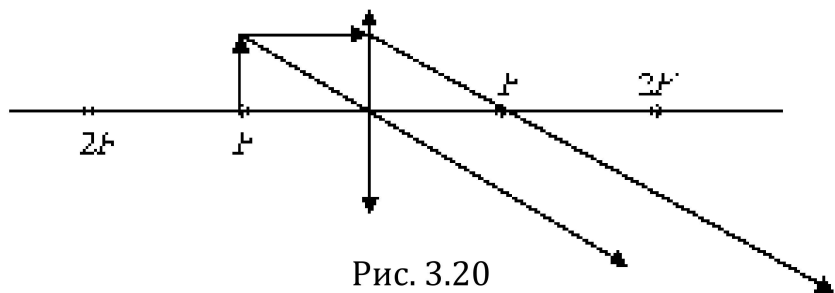


Рис. 3.20

6. Предмет знаходиться між головним фокусом та оптичним центром. Зображення уявне, пряме, збільшене.

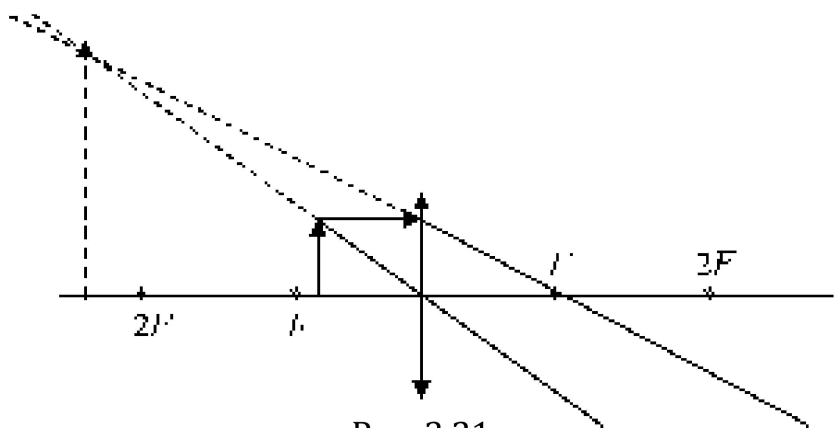


Рис. 3.21

Для розсіювальної лінзи побудова зображень виконується аналогічно. Зображення весь час буде уявне, пряме, зменшене. Наприклад:

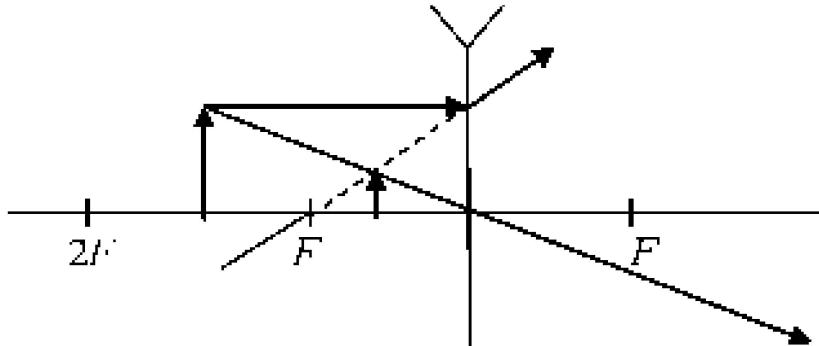


Рис. 3.22

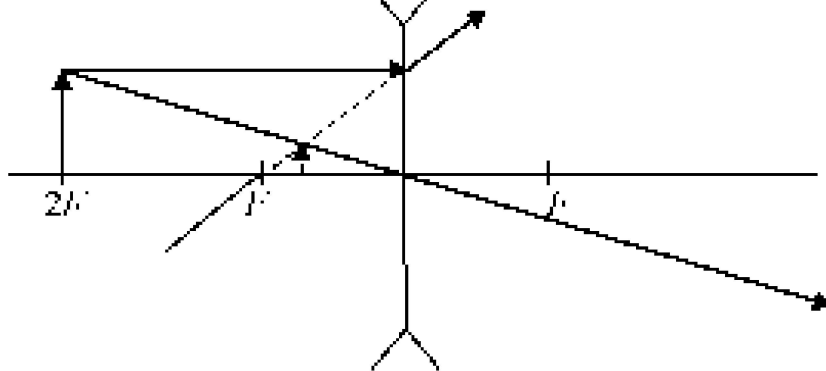


Рис. 3.23

Центрована система лінз. Ознайомимося з теорією Гаусса, яку використовують у товстих системах лінз. Для прикладу візьмемо збираючу систему лінз.

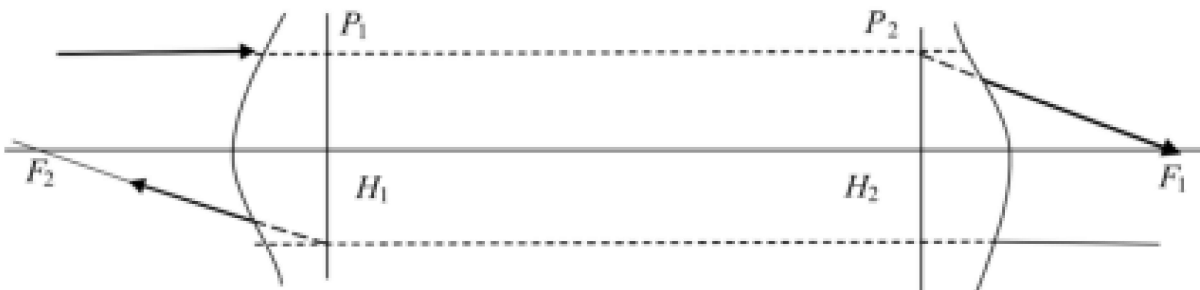


Рис. 3.24: P_1 та P_2 – головні площини системи; F_1 та F_2 – передній та задній фокуси; H_1 та H_2 – головні точки системи

Тепер будемо розглядати тільки головні площини системи.

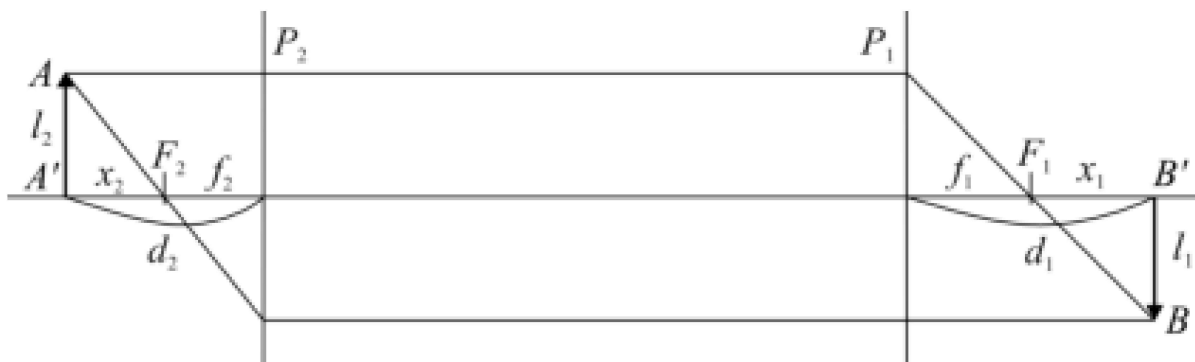


Рис. 3.25

N – лінійне збільшення лінзи $N = \frac{l_1}{l_2}$.

$$\frac{f_2}{x_2} = \frac{l_1}{l_2}; \quad \frac{x_1}{f_1} = \frac{l_1}{l_2}; \quad \frac{f_2}{x_2} = \frac{x_1}{f_1}; \quad x_1 x_2 = f_2 f_1, \quad (3.14)$$

якщо $f_1 = f_2 = f$, то $x_1 \cdot x_2 = f^2$ – рівняння Ньютона для параксіальних променів у будь-якій оптичній системі.

Якщо середовище справа та зліва одне й те саме, то f лінзи однаковий, $(d_1 - f_1)(d_2 - f_2) = f^2$, $d_1 d_2 - f_1 d_2 - d_1 f_2 + f_1 f_2 = f^2$, $d_1 d_2 - f d_2 - f d_1 + f^2 = f^2$ – поділимо на d_1, d_2, f – отримаємо звичайне рівняння Гаусса

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}. \quad (3.15)$$

Недоліки оптичних систем. Непараксіальність променів (промені до оптичної вісі йдуть під великими кутами) викликає ряд недоліків у зображенні (аберації).

Сферична аберація. Сферична аберація створюється променями, які проходять далеко від оптичної вісі. Такі промені перетинають оптичну вісь ближче, ніж дають підрахунки, тобто ніж параксіальні промені. $S S'$ – повздожня сферична аберація, рис. 3.26. Через це в точці S не точка, а кружечок. Цей вид аберації усувають за допомогою системи лінз або діафрагми D , яка розташовується на шляху променів.

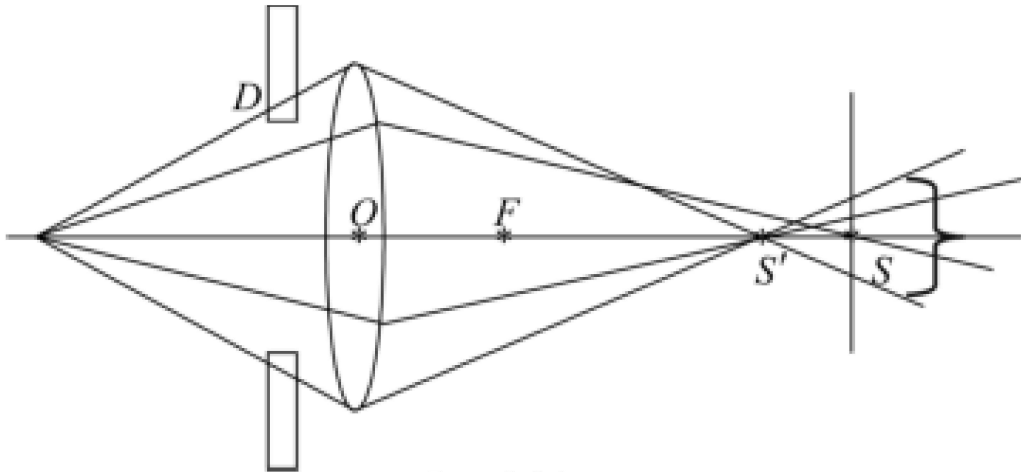


Рис. 3.26

Хроматична аберация

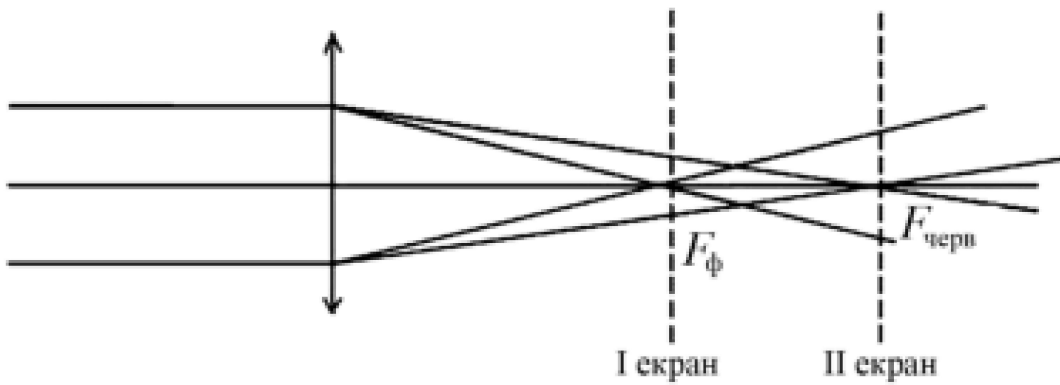


Рис. 3.27

Цей вид аберації обумовлений тим, що промені різних кольорів заломлюються лінзою по-різному (дисперсія променів).

Замість точки виходить зображення у вигляді кольорових кружків, кольори яких залежать від положення екрана.

Поздовжня хроматична аберация $\frac{F_\phi}{F_{\text{черв}}}$. Цей вид аберації усувають за допомогою системи лінз, які складаються зі

скла з різними показниками заломлення і різною дисперсією. Наприклад **ахроматична пара лінз.**

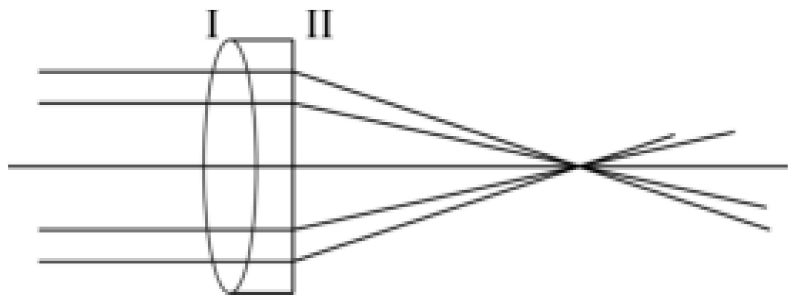


Рис. 3.28

Астигматизм. Астигматизм косих пучків утворюється при зображенні точок, які посилають промені під значними кутами до оптичної вісі. Фокуси променів, які поширюються в одній площині, будуть ближче, в іншій – далі від оптичного центру лінзи. На відстані p_1 – вертикальна лінія видна.

На відстані p_2 – горизонтальна лінія. Астигматизм виникає завжди, коли порушується симетрія світлового пучка по відношенню до оптичної системи. Анастигмат – система, яка позбавлена цієї аберації.

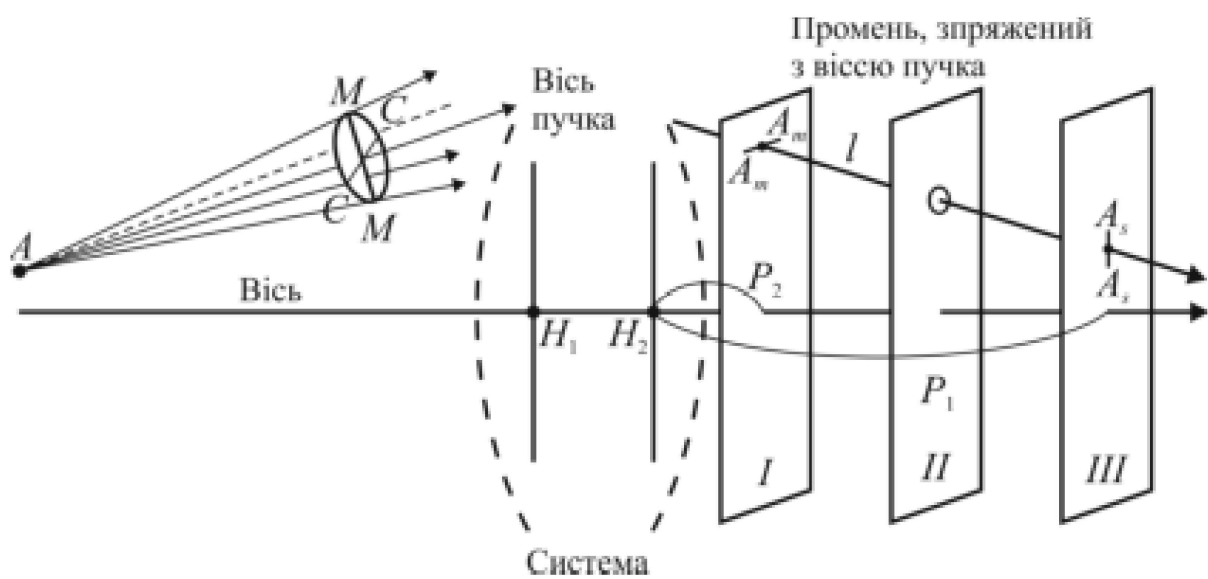


Рис. 3.29

Дисторсія (викривлення). Викривлення поверхонь. Причина – різне значення збільшення для різних точок поверхні, яка світиться. Всі точки поверхні, яка світиться, перпендикулярні оптичній вісі, але розташовані на різних відстанях від неї. Ортоскопічна система – система, вільна від дисторсії.



Рис. 3.30

Майже всіх аберацій вдається уникнути, застосовуючи систему лінз.

Кома. Аберация пучка, який має центр не на вісі. Точка зображується у вигляді світлої плями, несиметрично висвітленій.

