

Лекція 14. Нормальна й аномальна дисперсії.

Електронна теорія дисперсії і поглинання світла.

Коефіцієнт поглинання.

Фазова і групова швидкість

Під *дисперсією світла* розуміють явища, обумовлені залежністю показника заломлення речовини від довжини світлової хвилі. Світло різних довжин хвиль – різного кольору – заломлюється не однаково на межі двох прозорих речовин. Для визначеності ми розглядатимемо заломлення на межі порожнеча – дана речовина, тобто говорити про залежність від довжини хвилі λ абсолютного значення показника заломлення. У такому разі можна записати, що для кожної даної речовини показник заломлення n є певною функцією від довжини хвилі λ :

$$n = f(\lambda).$$

Дисперсією речовини називається величина, що визначає, як швидко змінюється показник заломлення n з довжиною хвилі. Якщо двом довжинам хвиль λ_1 і λ_2 відповідають значення показників заломлення n_1 і n_2 , то середня дисперсія речовини на ділянці довжин хвиль від λ_1 до λ_2 зобразиться відношенням:

$$\bar{v} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda},$$

де $\Delta n = n_2 - n_1$ та $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Значення дисперсії речовини v поблизу даної довжини хвилі λ матимемо, перейшовши до границі нескінченно малого інтервалу довжин хвиль; тоді співвідношення заміниться похідною показника заломлення n по довжині хвилі λ :

$$v = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda), \quad (4.17)$$

Для всіх прозорих речовин показник заломлення n монотонно зростає зі зменшенням довжини хвилі λ . Це відповідає відомому факту, що в прозорих речовинах фіолетові промені заломлюються сильніше за зелені, а зелені – сильніше за червоні. На рис. 4.34 наведені залежності n від λ для скла (легкий флінт), кварцу і флюориту. Як видно, показник заломлення n особливо сильно зростає зі зменшенням довжини в області коротких довжин хвиль.

Виходить, що дисперсія всіх цих речовин зростає по чисельному значенню зі зменшенням довжини хвилі.

Різне заломлення променів різного кольору дозволяє розкласти складне світло на його монохроматичні складові.

Такий дослід вперше виконаний у 1672 р. Ньютоном (рис. 4.35). Схема досліду Ньютона пояснюється наступним чином. Промінь світла від Сонця проходить через малий круглий отвір F у віконці вікна EG . Потім, заломившись у скляній призмі ABC , промінь падає на лист білого паперу NM . При цьому кругле зображення отвору F розтягується в забарвлену лінію TP . Червоний кінець лінії T відповідає променю $FLIT$, що найменше заломився в призмі, фіолетовий кінець P – променю $FKHP$, що найбільше заломився. Кольорову лінію TP Ньютон назвав *спектром*. Світло Сонця дає *суцільний спектр* із безперервним переходом одних кольорів в інші, що означає, з сучасної точки зору, наявність у сонячному світлі коливань різних довжин

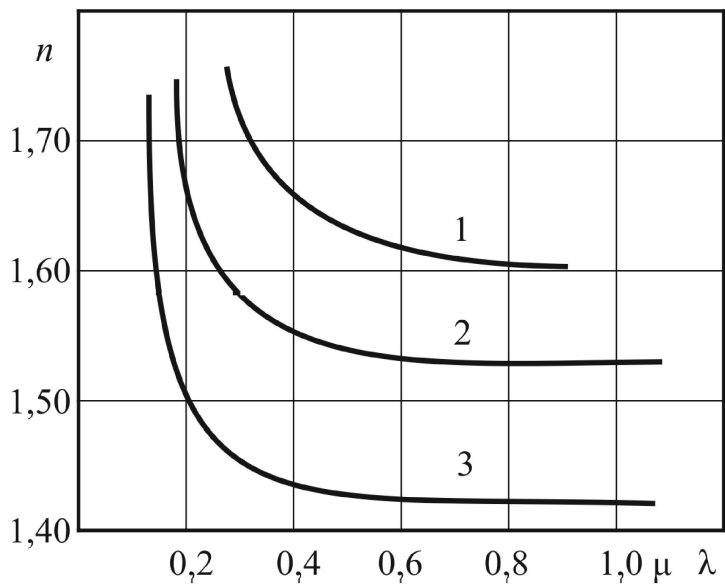


Рис. 4.34. Залежність коефіцієнта заломлення n від довжини хвилі λ :
1 – скло; 2 – кварц; 3 – флюорит

хвиль. При використанні деяких штучних джерел світла (полум'я, забарвлене солями металів, газу, що світяться при електричному розряді, і т. д.) спектр виходить *лінійчастим* – він складається з окремих світлих ліній, розділених темними проміжками. Це вказує, що світло від таких джерел складається лише з коливань, відповідних певним довжинам хвиль.

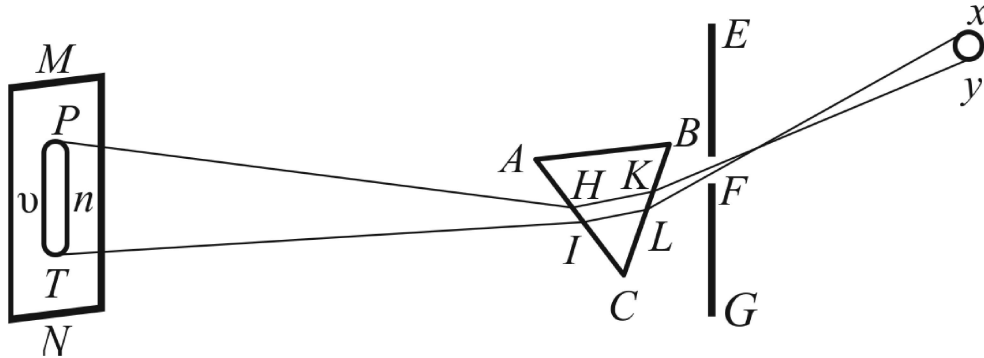


Рис. 4.35. Схема досліду Ньютона по одержанню спектра за допомогою призми

Аналітичний вид функції, що визначає залежність показника заломлення n від довжини хвилі λ , приблизно може бути представлений у наступному вигляді:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4},$$

де A, B, C – константи, які знаходять для кожної речовини за експериментальними даними. Для не дуже великих інтервалів довжин хвиль досить обмежитися двома першими членами у формулі, тоді:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

В цьому випадку дисперсія речовини представляється виразом:

$$v = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{B}{\lambda^3}. \quad (4.18)$$

Насправді в спектрі Сонця існують вузькі темні лінії (лінії Фраунгофера), що виникають унаслідок поглинання світла в

зовнішніх шарах атмосфери Сонця. Проте в дослідях Ньютона цих ліній не було видно.

Вплив речовини на поширення світла обумовлений взаємодією світла з атомами і молекулами, з яких складається речовина. Ця взаємодія приводить до зміни швидкості світла v , а отже, визначає і значення показника заломлення

$$n = \frac{c}{v}, \text{ де } c - \text{ швидкість світла у вакуумі.}$$

Основи теорії дисперсії можуть бути одержані, якщо розглядати взаємодію світлових хвиль із зарядженими частинками (електронами і позитивними ядрами), що входять до складу атомів і молекул. При цьому передбачається, що заряджені частинки в атомах і молекулах утримуються біля своїх положень рівноваги квазіпружними силами. Таким чином, кожен атом або молекула мають певну власну частоту коливань ω_0 . Під впливом падаючої світлової хвилі заряджені частинки в атомах і молекулах здійснюють вимушені коливання з частотою, співпадаючою з частотою падаючої хвилі ω .

Первинна електромагнітна (світлова) хвиля, поширюючись через речовину зі швидкістю c , викликає вимушені коливання частинок. Завдяки цьому біля кожної частинки виникнуть вторинні хвилі. Амплітуда і фаза цих вторинних хвиль визначаються амплітудою і фазою вимушених коливань частинок; останні ж залежать від співвідношення між частотою падаючої хвилі ω і частотою власних коливань ω_0 .

Таким чином, у речовині поширюються хвиля первинна і вторинна. Фаза вторинних коливань запізнюється відносно первинних, і тому виникає деяка різниця фаз. (Запізнення відбувається внаслідок того, що самі ці заряджені молекули мають деяку інерцію). Швидкість сумарної хвилі менша за швидкість первинної хвилі, тобто має місце показник заломлення.

При вивченні гармонійних коливань ми встановили, що періодична вимушуюча сила з частотою ω викликає вимушене коливання з амплітудою

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4.19)$$

і фазою α , яка визначається рівністю:

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4.20)$$

Тут h – константа, β – коефіцієнт, що характеризує загасання коливань системи. При малому значенні коефіцієнта β роль загасання помітна лише для частот вимушуючої сили ω , які близькі до частот власних коливань ω_0 . Тому при слабкому загасанні для всіх частот ω , не дуже близьких до ω_0 , можна приблизно написати:

$$A = \frac{h}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4.21)$$

Амплітуда і фаза вимушених коливань залежать від співвідношення частот ω_0 і ω . Поблизу резонансу амплітуда A велика. При $\omega \ll \omega_0$ амплітуда A значно менше й із зменшенням ω прямує до постійної границі, яка не дорівнює нулеві. Якщо $\omega \gg \omega_0$, то амплітуда A вимушених коливань зменшується до нуля із зростанням частоти ω . Фаза вимушених коливань змінюється від 0 до $-\pi$ при зміні ω від нуля до частот, які набагато більше ω_0 . Біля резонансу (при малому загасанні) фаза близька до $-\frac{\pi}{2}$. Ті ж висновки відносяться до амплітуди і фази вторинних хвиль.

Вторинні хвилі, складаючись із первинною, утворюють результуючу хвилю з амплітудою і фазою, відмінними від амплітуди і фази первинних хвиль. Це призводить до того, що хвиля проходить через речовину з фазовою швидкістю, відмінною від швидкості, з якою вона розповсюджувалася б у порожнечі. Відмінність у швидкостях буде тим більша, чим сильніші вимушені коливання частинок.

Звідси витікає, що світло (електромагнітні хвилі), частота якого набагато менша за частоти власних коливань атомів або

молекул, проходить через речовину з швидкістю, практично незалежною від частоти, але відмінною від швидкості світла у вакуумі (оскільки $A \approx \text{const} \neq 0$).

Для світла дуже великої частоти, що помітно перевищує частоти власних коливань атомів, амплітуда вторинних хвиль близька до нуля, воно проходить через речовину з швидкістю, близькою до швидкості світла у вакуумі. Показник заломлення для таких речовин близький до одиниці. В обох розглянутих випадках, як випливає з теорії, поглинання світла незначне. При значеннях частот, ω близьких до ω_0 , швидкість світла в речовині починає дуже відрізнятися від його швидкості у вакуумі. Завдяки цьому і показник заломлення дуже відрізняється при цих частотах від одиниці: при $\omega < \omega_0$ він виявляється «аномально» великим; при $\omega > \omega_0$ – «аномально» малим. Крім того, при ω , близькому до ω_0 , в результаті великих амплітуд вимушених коливань велике і поглинання.

Речовина, що складається з атомів або молекул із певним набором частот власних коливань ω_{0i} , дасть у спектрі вузькі лінії (лінії поглинання). Показник заломлення виявиться постійним в областях, далеких від поглинання, і швидко мінятиметься з частотою і дуже відрізнятиметься від одиниці поблизу кожної лінії поглинання, де взаємодія світла з речовиною велика.

За електромагнітною теорією світла показник заломлення визначається рівністю

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для всіх прозорих діелектриків магнітна проникність μ практично рівна одиниці, тому маємо:

$$n^2 = \epsilon.$$

Діелектричні властивості речовини обумовлені її поляризацією, яка виникає у зв'язку зі зміщенням заряджених часток в атомі або молекулі, відносно положення рівноваги внаслідок дії електромагнітних хвиль.

При цьому значення діелектричної постійної ϵ не буде постійним. Для швидко змінних електричних полів, які мають місце в світловій хвилі, ці зміни виражаються знайденою нами амплітудою. Тому, як показує теорія, квадрат коефіцієнта заломлення n^2 виражається наступною дисперсійною формулою:

$$n^2 = 1 + \frac{a_1}{\omega_{01}^2 - \omega^2} + \frac{a_2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} + \dots, \quad (4.22)$$

де $\omega_{01}, \omega_{02}, \dots$ – частоти власних коливань атомів або молекул, $a_1, a_2 \dots$ – деякі константи. Оскільки довжина хвилі λ пов'язана з циклічною частотою співвідношенням:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad (4.23)$$

де c – швидкість світла у вакуумі, то формулі (4.22) можна також надати вигляду:

$$n^2 = 1 + \frac{b_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{b_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots, \quad (4.24)$$

де $b_1, b_2 \dots$ – нові константи, а $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ – довжини хвиль, відповідні резонансу.

Формула (4.24) дає значення показника заломлення в проміжку між лініями поглинання. Якщо обмежитися у формулі (4.24) двома членами (речовина з двома власними частотами коливань), то вийде залежність $n^2 - 1$ від λ , зображена на рис. 4.36. Пунктирні лінії показують положення ліній поглинання речовини λ_1 і λ_2 . Поблизу ліній поглинання крива дисперсії круто згинається. У кожній лінії поглинання з боку малих довжин хвиль ($\lambda < \lambda_i$) коефіцієнт заломлення n приймає малі значення, а з боку великих довжин хвиль ($\lambda > \lambda_i$) – вельми великі значення. За формулою (4.24) для довжини хвилі, меншої і дуже близької до однієї з λ , для n^2 вийдуть від'ємні значення, що дає уявні значення для n . Це відбувається через те, що не врахований коефіцієнт загасання β . Тому формулою (4.24) можна користуватися лише в областях, де β дуже мале. Далеко від

ліній поглинання значення показника заломлення n наближається до постійних величин.

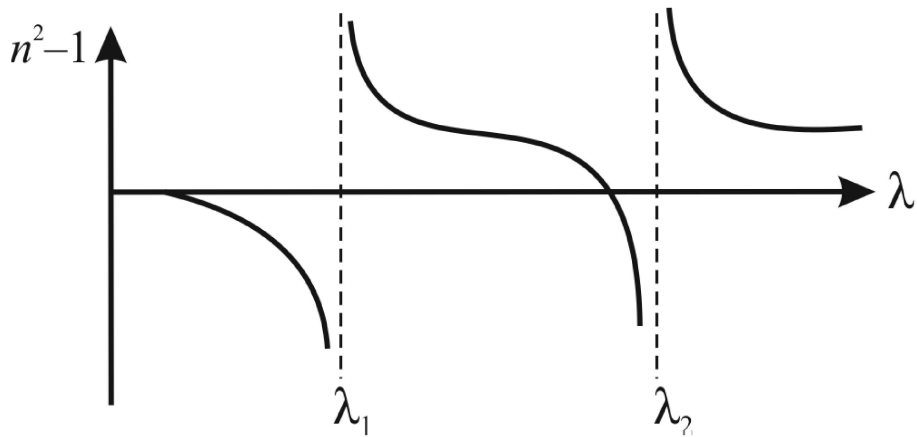


Рис. 4.36. Залежність коефіцієнта заломлення n від довжини хвилі λ поблизу двох ліній поглинання λ_1 і λ_2

Загальний хід дисперсії, зображений на рисунку, з характерними вигинами біля ліній поглинання, має назву «аномальної» дисперсії. Насправді в цьому ході немає нічого «аномального», навпаки, він є типовим ходом, що відповідає фізичній суті явища. Область монотонної зміни показника заломлення між двома лініями поглинання передає характер дисперсії прозорих речовин і має назву *нормальної дисперсії*.

Спостереження дисперсії. Першими дослідями зі спостереження дисперсії були описані досліди Ньютона із заломлення світла у призмі. Ньютон розробив ряд методів спостережень дисперсії за допомогою призм і, зокрема, метод *схрещених призм*, що досить точно виявляє хід дисперсії. Схема методу схрещених призм дана на рис. 4.37.

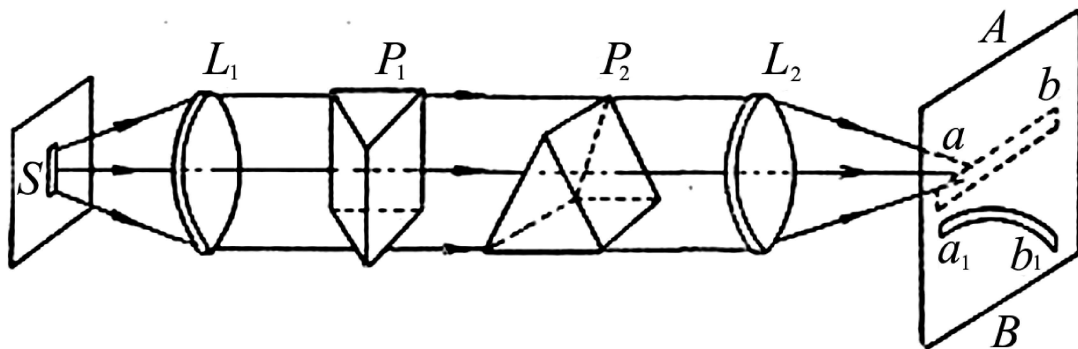


Рис. 4.37. Метод схрещених призм

Біле світло проходить через вертикальну щілину S і дві призми P_1 і P_2 , заломлюючі ребра яких взаємно перпендикулярні. За допомогою лінз L_1 і L_2 світло збирається на екрані AB . За наявності тільки однієї призми P_1 з вертикальним заломлюючим ребром на екрані AB вийшов би горизонтальний суцільний спектр, зображений пунктирною смужкою ab . За наявності другої призми кожен промінь буде відхилений униз тим сильніше, чим більше для нього коефіцієнт заломлення призми P_2 . Завдяки цьому весь спектр ab виявиться зміщеним вниз і займе положення a_1b_1 . Його червоний кінець a_1 зміщений униз менше всього, а фіолетовий кінець b_1 – найбільше. Також і кожне інше місце спектра зміститься тим більше, чим більше коефіцієнт заломлення для довжини хвилі, відповідної цьому місцю спектра. Вся смужка a_1b_1 буде зігнута і наочно представить хід дисперсії в призмі P_2 .

Дисперсія скла, кварцу, флюориту і багатьох інших речовин у видимій частині спектра визначається головним чином наявністю сильних ліній поглинання в ультрафіолетовій області. Друга область поглинання у цих речовин лежить у дальній інфрачервоній частині і позначається менше. Приблизно для видимої частини спектра залежність n^2 від λ для цих речовин може бути представлена дисперсійною формулою з одним членом:

$$n^2 \cong 1 + \frac{b}{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda^2}}. \quad (4.25)$$

Розкладаючи праву частину цієї формули в ряд, одержимо:

$$n^2 \cong 1 + b \left[1 + \left(\frac{\lambda_1^2}{\lambda^2} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_1^2}{\lambda^2} \right)^4 + \dots \right]. \quad (4.26)$$

Тобто приблизно для n :

$$n \cong A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}, \quad (4.27)$$

де A, B, C – деякі константи.

Аномальна дисперсія найлегше спостерігається в парах металів, що дають у видимій частині спектра різкі лінії поглинання. Так, пари натрію дають у жовтій частині дві дуже інтенсивні близькі лінії поглинання з довжинами хвиль $\lambda_1 = 0,5890$ мк та $\lambda_2 = 0,5896$ мк. Р. Вуд використовував для спостереження «аномальної» дисперсії в парах натрію метод схрещених призм. Схема його досліду представлена на рис. 4.38. Світло від джерела суцільного спектра проходить через горизонтальну щілину S_1 і потім у вигляді паралельного пучка – через посудину AB , що містить металевий натрій. Проїшовши через посудину, світло падає на вертикальну щілину S_2 і розкладається призмою P_2 в спектр.

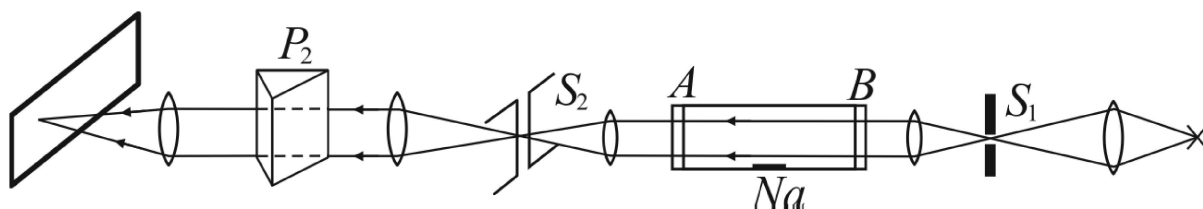


Рис. 4.38

Заломлююче ребро призми P_2 паралельне щілині S_2 , і спектр виходить у вигляді горизонтальної смужки. Завдяки наявності горизонтальної щілини S_1 ця смужка вузька. Якщо підігріти металевий натрій у посудині AB знизу і одночасно охолодити верхню частину посудини AB , то в ній виникне неоднорідний стовп пари натрію. Внизу щільність пари буде більша, вгорі менша. Такий неоднорідний стовп пари діє як призма із заломлюючим ребром, розташованим зверху, перпендикулярно до довжини посудини. В результаті вийде «призма» з пари натрію, схрещена з призмою P_2 . Ця призма, як було пояснено вище, змістить всі частини спектра.

Проте тепер, завдяки аномальному характеру дисперсії пари натрію, зміщений спектр буде не монотонно зігнутим, а виявить характерні вигини поблизу довжин хвиль λ_1 і λ_2 . У місцях хвиль λ_1 і λ_2 , що відповідають цим довжинам, з'являться темні лінії поглинання. На рис. 4.39, а представлений одержуваний вигин спектра. В бік великих довжин хвиль від ліній по-

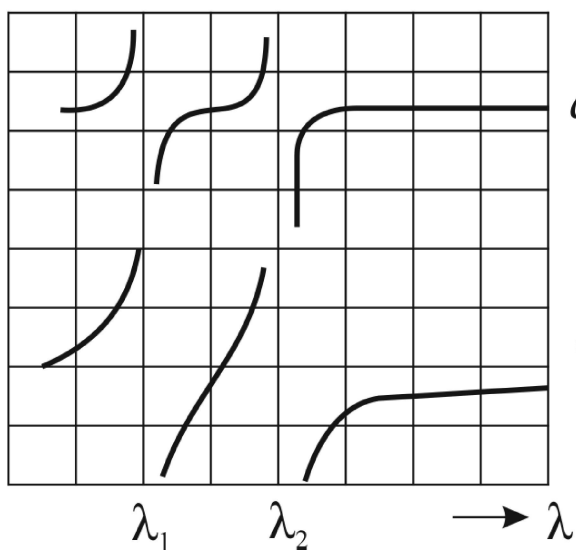


Рис. 4.39. Аномальна дисперсія в парах натрію, поблизу ліній поглинання: а) при малій густині; б) при великій густині парів натрію

а глинання спектр сильно відхи-
лений вниз, що відповідає вели-
ким значенням показника залом-
лення натрію в цій області. В
бік коротких довжин хвиль від
ліній поглинання спектр зігну-
тий вгору, що вказує на значен-
ня показника $n < 1$. Між обома
лініями поглинання показник
заломлення круто спадає у разі
збільшення довжин хвиль. При
великій щільності пари вигин
спектра збільшується і прий-
має вигляд, зображений на
рис. 4.39, б.

Інший метод вивчення аномальної дисперсії запропонова-
ний Д. С. Рождественським.

Д. С. Рождественський видозмі-
нив інтерферометр Жамена таким
чином, що пучки 1 і 2 можуть бути
розведені один від одного на багато
сантиметрів. Схема інтерферометра
Рождественського зображена на ри-
сунку 4.40, де A_1, A_2, A_3, A_4 - чотири
плоских дзеркала, з яких дзеркала
 A_2 та A_3 суцільні, а інші два - напівп-
розорі. При відбиваннях від дзеркал
 A_1 і A_2 виникають сильно розведені
пучки світла 1 і 2, які потім знову
збираються разом за допомогою
дзеркал A_3 і A_4 і інтерферують.

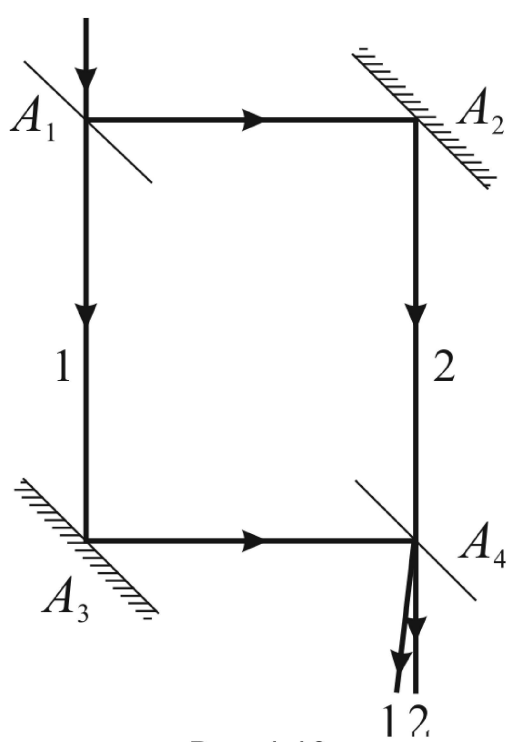


Рис. 4.40

Д. С. Рождественський використовував свій інтерферометр
для вивчення аномальної дисперсії. Суть методу полягає в на-
ступному. В обидві гілки інтерферометра вводяться дві одна-

кові кювети B_1 і B_2 (рис. 4.41). В одну з кювет, наприклад B_2 , вводиться досліджуваний метал; ця кювета може нагріватися електричною піччю до температури, достатньої для того, щоб в ній створити пари металу при необхідному тиску. Друга кювета відкачується. Через інтерферометр пропускається світло від джерела суцільного спектра S . Виникаюча інтерференційна картина проектується за допомогою лінзи L_2 на щілину спектрографа C . Припустимо, що спочатку кювета B_2 не нагріта і в ній відсутні пари. Тоді інтерферометр дасть на щілині спектрографа ряд інтерференційних максимумів і мінімумів у вигляді ліній, перпендикулярних до довжини щілини. Положення максимуму, відповідного нульовій різниці ходу, не залежить від довжини хвилі. Звідси витікає, що цьому максимуму в суцільному спектрі, що дає спектрограф, відповідає горизонтальна світла лінія, що тягнеться уздовж всього спектра. Максимуми ж, що відповідають різницям ходу в одну, дві, три і т.д. довжини хвилі, розташовуються для різних довжин хвиль падаючого світла на різних висотах щілини. Їм відповідають у суцільному спектрі світлі лінії, розташовані вище і нижче за нульову лінію,

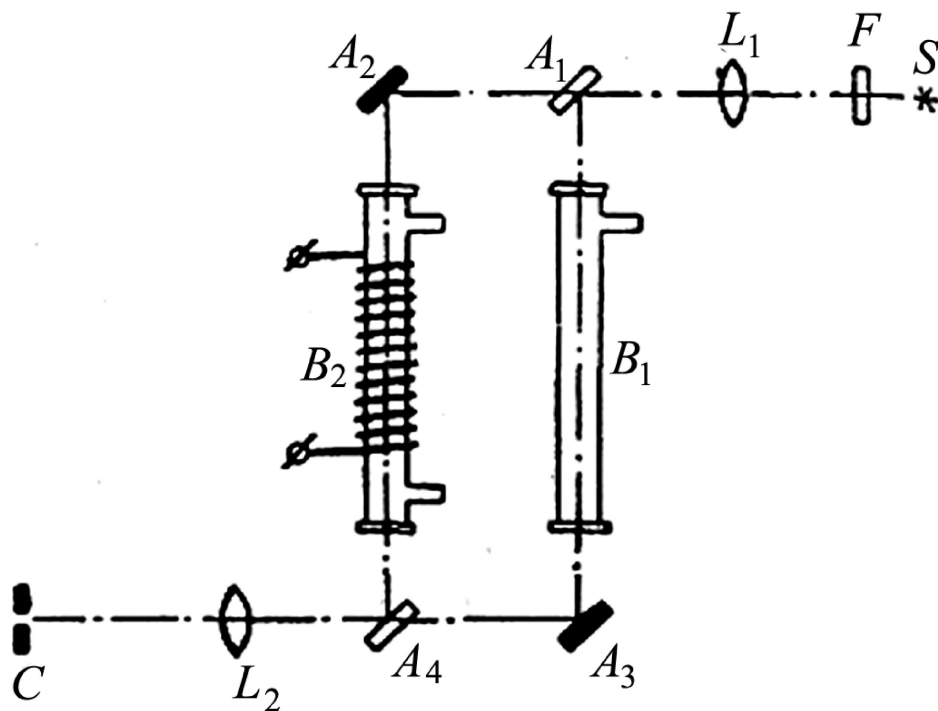


Рис. 4.41

що розходяться віялом від синьої частини спектра до червоної. Між світлими лініями розташовуються темні, що відповідають мінімумам в інтерференційній картині, відкинутій на щілину. В результаті суцільний спектр виявляється уздовж всієї довжини прокресленим поперемінно світлими і темними лініями.

Якщо тепер нагрівати кювету B_2 (див. рис. 4.41) настільки, щоб у ній з'явилися пари досліджуваного металу, то стовп цієї пари дасть додаткову різницю ходу, і інтерференційні лінії змістяться на величину, пропорційну цій додатковій різниці ходу. Різниця ж ходу при даній довжині стовпа пари пропорційна $n - 1$, де n – показник заломлення пари.

Завдяки цьому зсув інтерференційних ліній у спектрографі безпосередньо відтворить хід дисперсії в усій спостережуваній області. Якщо на цю область припадає яка-небудь з ліній поглинання досліджуваної пари, то інтерференційні лінії зігнуться біля неї. Їх вигин наочно зобразить зміну показника заломлення поблизу лінії поглинання (рис. 4.42, а).

Згодом Д. С. Рождественський удосконалив указаний метод, що дозволило проводити точні кількісні виміри. Він показав, що якщо в другу гілку інтерферометра ввести плоскопаралельну пластинку зі скла, то інтерференційні лінії в спектрографі перегнутьься і утворять поблизу лінії поглинання своєрідні «крюки» (рис. 4.42, б). При даній товщині скляної пластинки положення «крюків» визначиться величиною дисперсії біля даної лінії поглинання пари. Чим сильніше дисперсія пари поблизу лінії, тим далі від лінії утворюються «крюки». Таким чином, за положенням «крюків» можна безпосередньо виміряти величину дисперсії пари біля лінії поглинання.

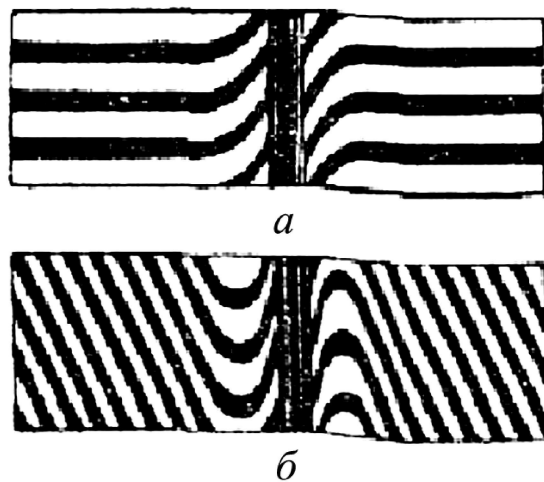


Рис. 4.42