

## Лекція 9. Геометрична оптика як граничний випадок хвильової оптики.

### Принцип Ферма. Закони геометричної оптики. Повне відбивання

Хвильова оптика в основу аналізу всіх явищ ставить процес поширення електромагнітних (світлових) хвиль у просторі. У випадку однорідного середовища поширюються світлові хвилі з необмеженим фронтом (плоскі, сферичні, еліптичні). Енергія потоку електромагнітних хвиль «передається» в напрямках руху вектора Умова – Пойнтинга. Ці напрямки являють собою те, що прийнято називати світловими променями. Бажаючи створити уяву про світлові промені більш «відчутно», в ряді випадків під словами «світловий промінь» вважають вузький конус із вершиною в джерелі випромінювання, віссю якого є нормаль до поверхні хвилі.

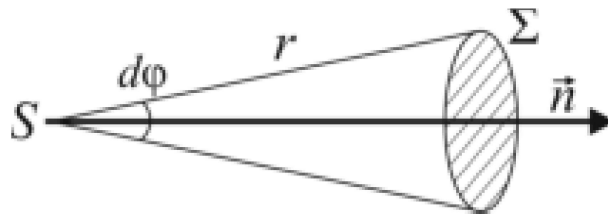


Рис. 3.1:  $\Sigma$  – сферичний фронт на відстані  $\vec{r}$  від джерела  $S$ ,  $\vec{n}$  – нормаль,  $d\varphi$  – кутовий простір елементарного конуса, який можна прийняти за фізичне представлення світлового променя

Чим менше  $d\varphi$ , тим ближче ми до поняття світловий промінь у його геометричному розумінні.

Якщо представити світловий промінь фізично, то при малих  $d\varphi$  світловий конус розширюється внаслідок явища дифракції.

Величина розширення розраховується за формулою:

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{D},$$

при

$D = \lambda$ ,  $\Delta\varphi = 2\pi$ , тобто світловий пучок перетворюється у сферичну світлову хвилю, що поширюється у просторі з тілесним кутом, що дорівнює  $2\pi$ .

Це означає, що фізичне ототожнення світлового пучка зі світловим променем можливо лише:

- за умови  $D \gg \lambda$ ,  $D$  – розмір фронту світлової хвилі (тобто практично розмір отвору) або пучок, який розходить;
- для пучків, які сходяться, аналогічна умова  $R \gg \lambda$ , де  $R$  – радіус кривизни фронту світлової хвилі;
- середовище повинно бути або однорідним, або  $n$  змінюється плавно, тобто відсутнє розсіювання світла на частинках, це виглядає так:

$$\lambda \frac{\partial n}{\partial x_i} \ll n;$$

- практично відсутнє поглинання світла середовищем, тобто амплітуда світлової хвилі або джерела змінюється плавно, це виглядає так:

$$\lambda \frac{dE_0}{dx_i} \ll E_0,$$

де  $D$  – мінімальний розмір фронту світлової хвилі;  $R$  – радіус кривизни фронту світлової хвилі;  $x_i$  – будь-який напрямок у середовищі,  $n$  – абсолютний показник заломлення середовища,  $E_0$  – амплітуда,  $\lambda$  – довжина напрямленої хвилі у вакуумі.

*Розділ оптики, в якому розповсюдження світлової енергії розглядається на основі уявлення про світлові промені як напрямки руху енергії, називається геометричною оптикою.*

Геометрична оптика базується на законах прямолінійного розповсюдження світла, а також відбиття та заломлення світла і є основою теорії оптичних приладів.

### **Основні закони і положення геометричної оптики**

1. В однорідному ізотропному середовищі світло поширюється прямолінійно. *Закон дослідний: На межі поділу двох середовищ промінь частково заломлюється, тобто змінює свій напрямок, частково відбивається (рис. 3.2)*

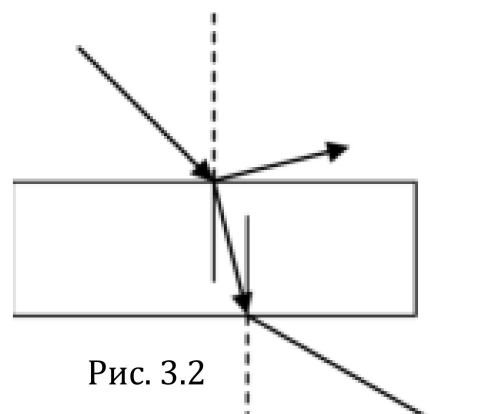


Рис. 3.2

Напрямок падаючих променів, заломленого та відбитого, пов'язані між собою законами:

2. Промінь падаючий, відбитий, заломлений та перпендикуляр, поставлений до межі поділу двох середовищ у точці падіння, – лежать в одній площині.

3. Кут падіння дорівнює куту відбивання (рис. 3.3, а):

$$\angle i = \angle i_1. \quad (3.1)$$

4. Для будь-яких двох середовищ відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна (рис. 3.3, б):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \text{const} = n_{1,2}. \quad (3.2)$$

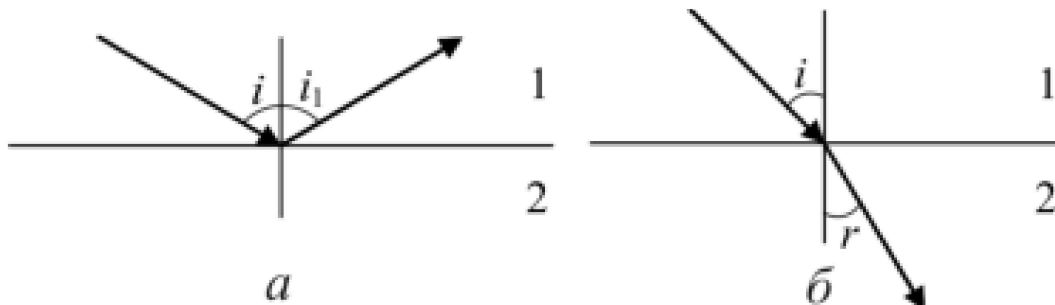


Рис. 3.3

Ця постійна величина називається відносним показником заломлення другого середовища відносно першого середовища.

Необхідно також вказати, що напрямок падаючого променя та заломленого є зворотні.

5. Для будь-яких трьох середовищ між їхніми відносними показниками існує співвідношення:

$$n_{1,2} \cdot n_{2,3} = n_{1,3}.$$

Якщо 1-ше – середовище повітря, 2-ге – скло, 3-тє – повітря, то

$$n_{1,2} \cdot n_{2,1} = n_{1,1} = 1. \quad (3.3)$$

$$n_{1,2} = \frac{1}{n_{2,1}}.$$

6. Абсолютним показником заломлення  $n$  середовища називається відносний показник заломлення цього середовища відносно вакууму, практично відносно повітря.

Середовище	$n$
Повітря	1,00029
Скло	1,5
Вода	1,333

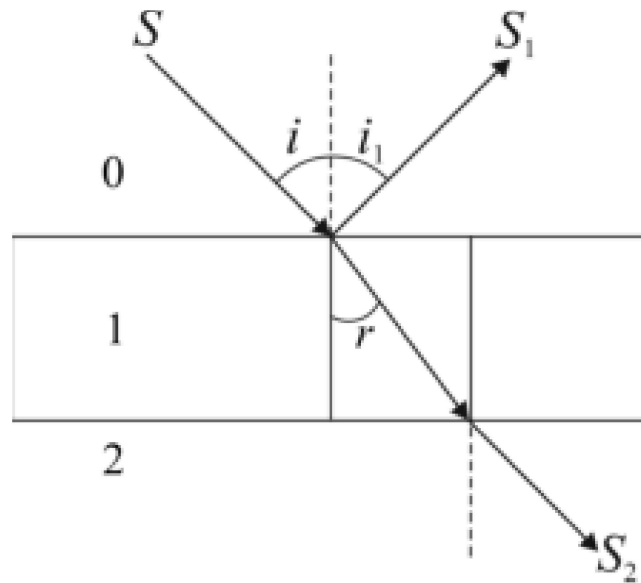


Рис. 3.4

Нехай ми маємо три середовища: 1) вакуум – 0, 2) перше середовище – 1 та 3) друге середовище – 2, тоді

$$n_{0,1} \cdot n_{1,2} = n_{0,2};$$

$$n_{1,2} = \frac{n_{0,2}}{n_{0,1}}, \quad (3.4)$$

тобто

*відносний показник заломлення другого середовища відносно першого середовища дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення цих середовищ.*

Позначимо абсолютні показники заломлення 1 та 2 середовищ як

$$n_{1,2} = \frac{n_{0,2}}{n_{0,1}} \Rightarrow n_{1,2} = \frac{\sin i}{\sin r};$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r.$$

Тобто якщо  $n_1 < n_2$ , то  $i > r$ , і навпаки: якщо  $n_1 > n_2$ , то  $i < r$ .

7. Середовище з більшим показником заломлення називають середовищем **оптично** більш густим, ніж середовище з меншим показником заломлення.

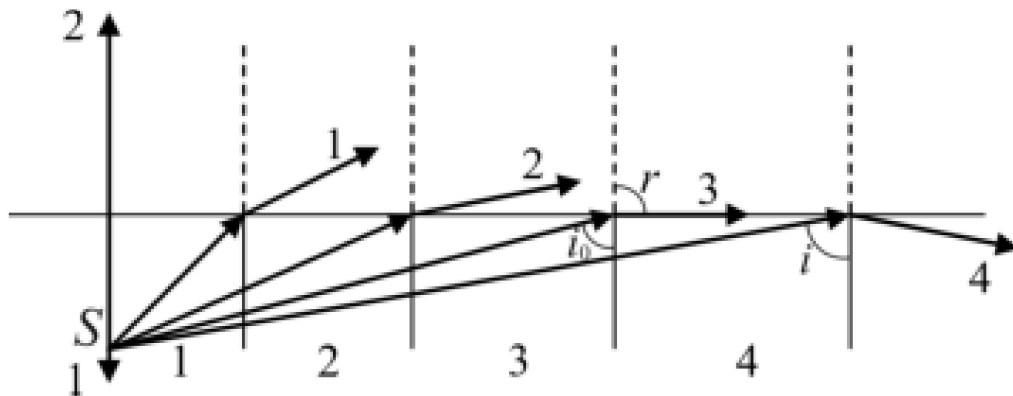


Рис. 3.5

8. При падінні променя з більш густого середовища 1 у менш густе середовище 2, при деякому  $i_0$ ,  $r$  може стати рівним  $90^\circ$ ;  $i_0$  – кут повного внутрішнього відбивання, або *граничний кут*. При  $i > i_0$  промені зазнають повного внутрішнього відбивання.

Визначимо кут повного внутрішнього відбивання:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i_0}{\sin r},$$

$$n_1 \cdot \sin i_0 = n_2 \cdot \sin r \quad \text{при } r = 90^\circ,$$

$$n_1 \cdot \sin i_0 = n_2,$$

$$\sin i_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{1,2}. \quad (3.5)$$

З цього витікає, що граничний кут  $i_0$  – це такий кут, синус якого дорівнює відносному показнику заломлення середовища, оптично менш густішого, до більш густішого ( $n_2 < n_1$ ).

Для скла та повітря:  $n_1 = 3/2$ ;  $n_2 = 1$ .

$$\sin i_0 = 2/3; \quad i_0 = 41^\circ.$$

Основні закони геометричної оптики можуть бути виведені з принципу Ферма, з принципу Гюйгенса, а також встановлені експериментально.

### Застосування явища повного внутрішнього відбивання

Явище повного внутрішнього відбивання лежить в основі принципу дії так званих призм повного внутрішнього відбивання (рис. 3.6, *а*).

В основі пристрою так званих «світловодів» (рис. 3.6, *б*) також лежить явище повного відбивання. Світловод є тонкою зігнутою трубкою, виготовленою із скла.

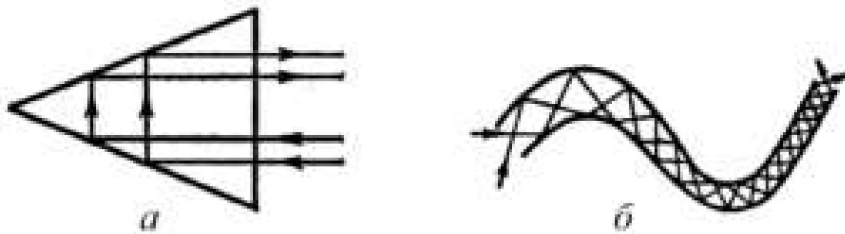


Рис. 3.6

Кожна трубка оточена тонкою оболонкою із скла, яка має менший показник заломлення, ніж сама трубка. Промені світла в світловодах падають на стінки трубки під кутом, більшим за граничний. У результаті такого падіння світла відбувається повне відбивання від внутрішньої поверхні стінки трубки і світло, направлене в один торець зігнутої трубки, виходить через її інший торець. Тому торець трубки світловода можна використовувати для освітлення важкодоступних ділянок. Питаннями перенесення світлової енергії по вузьких трубках займається спеціальний розділ оптики – так звана «волоконна оптика».

Коротко ознайомимося з деякими світловодами.

Волокна залежно від форми бувають різними:

- пряме волокно з прямими торцями (рис. 3.7, *а*);
- пряме волокно з косими торцями (рис. 3.7, *б*);
- зігнуте волокно (рис. 3.7, *в*);
- волокно змінного діаметра; а) волокно, діаметр якого зменшується у напрямі поширення світла; таке волокно називається фоконом (рис. 3.7, *г*); фокони зменшують розміри зображення, яке передається; б) волокно, діаметр якого збільшується у напрямі поширення світла; таке волокно називається афоконом (рис. 3.7, *д*). Афокони збільшують

розміри зображення, яке передається. Фокони й афокони є зворотними системами. При зміні напрямку поширення світла на протилежне фокус перетворюється на афокус, і навпаки.

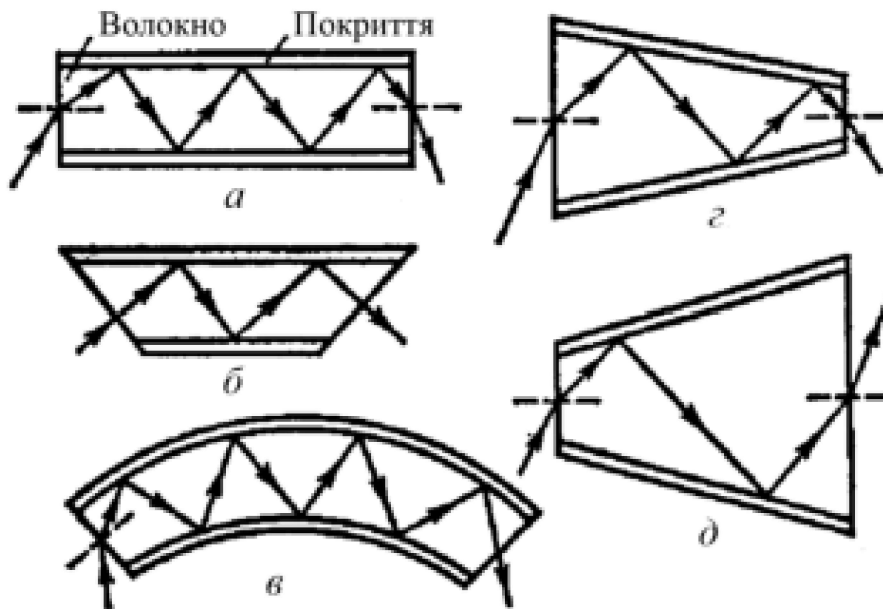


Рис. 3.7

Залежно від призначення застосовуються різні форми волокон. Матеріал волокна підбирається відповідно до довжини використовуваної світлової хвилі. Так, наприклад, для роботи у видимій і ближній інфрачервоній області (3500–9000 Å) використовується оптичне скло з великим показником заломлення. Волокна з плавленого кварцу застосовуються в ближній ультрафіолетовій області. Для роботи в інфрачервоному діапазоні можна використовувати скло з присадкою трисульфідного миш'яку.

Світловоди виконують дві функції: 1) передають світлову енергію, 2) передають зображення. Для передачі світлової енергії не має значення взаєморозташування окремих волокон у пучку. Останнє відіграє істотну роль при передачі зображення. В цьому випадку необхідно, щоб зберігалася відповідність у взаєморозташуванні окремих волокон в пучку на вхідному і вихідному торцях. Із метою збільшення кількості передачі світлової енергії потрібно збільшити площу перерізу волокна.

При цьому втрачається його гнучкість і тим самим обмежується його застосування. Щоб, не змінюючи гнучкості волокна, збільшити світлову енергію, яка передається, окремі волокна сполучають разом в один пучок, який не спотворює зображення при вигинах і скручуванні. Пучки можна утворити двома способами:

1. Окремі пружні волокна із захисними покриттями склеюються у вигляді джгута.
2. Окремі пружні волокна розташовуються в середовищі з меншим показником заломлення.

Світловоди знаходять широке застосування в різних галузях. Вони використовуються в електронно-променевих трубках, електронно-оптичних перетворювачах, у високошвидкісній фотографії, як розширювачі лазерних пучків, для кодування інформації, а також в електронно-обчислювальних машинах.

Волокна мають наступні недоліки:

1. Відбуваються втрати світлової енергії на поглинання усередині волокна.
2. Відбуваються втрати світлової енергії при відбиванні від торців волокна.
3. Через хвильову природу світла завжди мають місце втрати світлової енергії при повному відбиванні.
4. Наявність дефектів (подряпин) на поверхні, а також присутність забруднень (пил) призводять до додаткового розсіювання світла через неоднорідність на межі поділу скло-повітря. З метою виключення двох останніх недоліків волокно охоплюється скляною оболонкою. Зрозуміло, що показник заломлення волокна має бути більший за показник заломлення скляного покриття.

**Принцип Ферма.** *Світло поширюється таким шляхом, що час поширення його мінімальний.*

1. Якщо маємо джерело світла та деяку точку, то згідно з принципом Ферма шлях його до цієї точки в однорідному середовищі прямолінійний (так, щоб час  $t$  був мінімальний).



2. Закон відбивання: Якщо SA пройдено за мінімальний час, то після відбивання світло пройде за таким же шляхом під кутом  $i'$ .

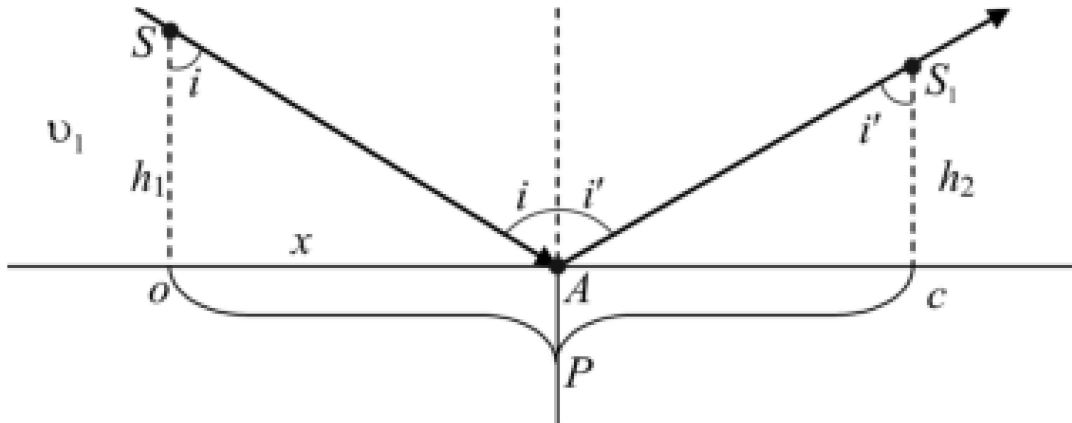


Рис. 3.8

$$t_{\text{зар}} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}}{v_2};$$

Дослідимо цю функцію на екстремум.

$$\begin{cases} \frac{dt}{dx} = \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2} \cdot v_1} - \frac{(p-x)}{v_1 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0; \\ \frac{dt}{dx} = 0; \quad \frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin i'}{v_1}; \quad \sin i = \sin i'; \quad i = i'. \end{cases} \quad (3.6)$$

тобто кут падіння дорівнює куту відбивання. Нехай швидкість світла у 1-му середовищі  $v_1$ , а у другому -  $v_2$ .

3. Закон заломлення.

$$t_{\text{зар}} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}}{v_2};$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{p-x}{v_2 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0;$$

$$\frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin r}{v_2};$$

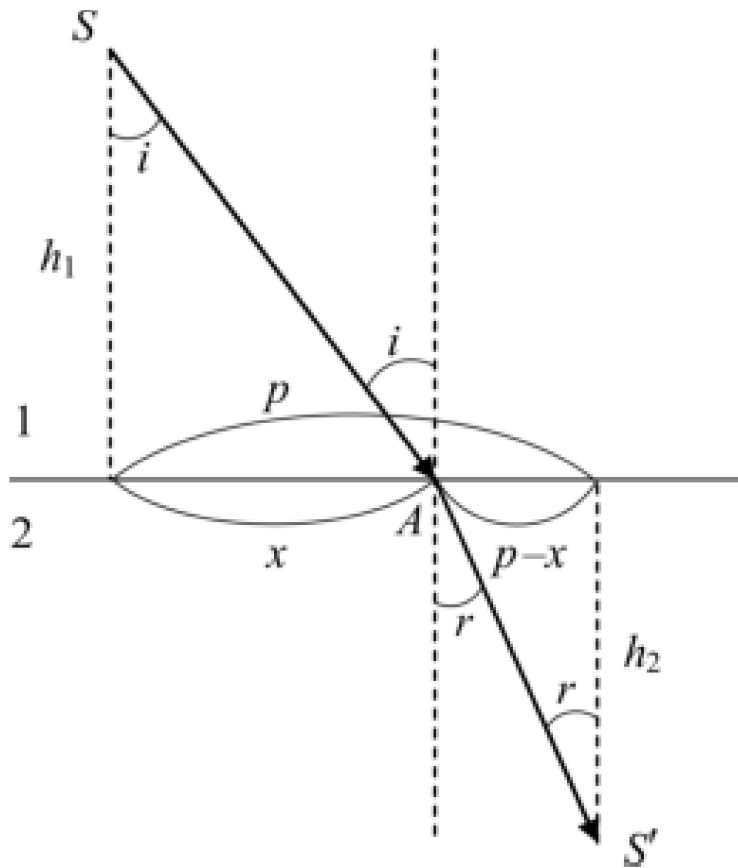


Рис. 3.9

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.7)$$

Якщо  $v_1 > v_2$ , то кут падіння завжди більший від кута заломлення ( $i > r$ ).

Якщо  $v_1 < v_2$ , то кут падіння менший від кута заломлення ( $i < r$ ).

4. Оскільки будь-який шлях від точки  $S$  до точки  $S'$ , який лежить поза площиною, проведеною через точки  $S$  та  $S'$  нормально до границі поділу, проходиться світлом за більший час, ніж шлях  $SAS'$ , який лежить у площині падіння, то з принципу Ферма виходить: *шлях, який вимагає мінімального часу, лежить у площині падіння, тобто падаючий та заломлений промені лежать в одній площині – площині падіння. Аналогічне положення має місце і при відбиванні променя від межі поділу двох середовищ.*

диться світлом за більший час, ніж шлях  $SAS'$ , який лежить у площині падіння, то з принципу Ферма виходить: *шлях, який вимагає мінімального часу, лежить у площині падіння, тобто падаючий та заломлений промені лежать в одній площині – площині падіння. Аналогічне положення має місце і при відбиванні променя від межі поділу двох середовищ.*