

## Практичне заняття 15. Оптика рухомих середовищ

План:

1. Інтерференційний дослід Фізо.
2. Дослід Майкельсона та виникнення теорії відносності. Перетворення теорії відносності.
3. Ефект Допплера.
4. Аберация світла. Підсумки практичних занять.

Основні формули:

- 1)  $l' = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ , де  $l'$  – довжина тіла, яке рухається зі швидкістю  $v$  відносно нерухомої системи відліку.  $l_0$  – довжина тіла в нерухомій системі відліку,  $\beta = \frac{v}{c}$ , де  $c$  – швидкість світла в вакуумі або в повітрі.
- 2)  $\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , де  $\Delta t'$  – відрізок часу в рухомій системі відліку,  $\Delta t_0$  – відрізок часу відносно нерухомої системи відліку,  $\beta = \frac{v}{c}$ .
- 3)  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  – залежність маси тіла від швидкості його руху,  $m_0$  – маса спокою тіла.
- 4)  $\Delta W = \Delta m c^2$  – зміна маси на величину  $\Delta m$  відповідає зміні енергії на величину  $\Delta W$ .
- 5)  $W_{\text{кин}} = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$  – залежність кінетичної енергії від швидкості.
- 6)  $\nu = \nu_0 \frac{1 - \beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  – залежність частоти від швидкості  $\alpha$  – кут між напрямом руху джерела світла і швидкістю спостерігача. Це формула ефекту Допплера.
- 7)  $\alpha = \frac{FF'}{f} = \frac{v}{c}$ , де  $\alpha$  – аберация стала,  $v$  – швидкість руху землі по орбіті,  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $FF'$  – зміщення зображення телескопа за деякий час,  $f$  – фокусна відстань об'єктива телескопа.

## Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** При якій швидкості руху релятивістське скорочення довжини рухомого тіла дорівнює 25%?

Аналіз та розв'язок:

Маємо  $l' = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . З умови задачі  $\frac{l_0 - l'}{l_0} = 1 - \frac{l'}{l_0} = 0,25$ , тобто  $l' = 0,75l_0$ . Підставивши в основну формулу, отримаємо  $\sqrt{1 - \beta^2} = 0,75$ , або  $\beta = \sqrt{1 - 0,5625} = 0,6615$ , тобто  $v = \beta \cdot c = 0,6615 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 198000 \text{ км/с}$ .

Відповідь: релятивістське скорочення довжини тіла на 25% буде при швидкості руху  $v = 198000 \text{ км/с}$ .

**Задача 2.** Маса електрона, який рухається, вдвічі більша, ніж маса його ж у спокої. Знайти кінетичну енергію цього електрона.

Аналіз та розв'язок:

Дано:  
 $m = 2m_0$

$W_{\text{кін}} = ?$

$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , де  $m$  - маса рухомого електрона,  $m_0$  - маса нерухомого електрона,  $\sqrt{1 - \beta^2}$  - релятивістська поправка.

Знайдемо  $\sqrt{1 - \beta^2}$ , знаючи, що  $m = 2m_0$ , тоді  $2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ,

звідси  $\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{2}$ . Знаючи, що  $W_{\text{кін}} = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$ ,

підставимо  $\sqrt{1 - \beta^2}$ , одержимо:

$$W_{\text{кін}} = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж.}$$

Відповідь:  $W_{\text{кін}} = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$ .

**Задача 3.** Визначити довжину хвилі  $\lambda_0$ , яку випромінює джерело монохроматичного світла, якщо у разі наближення його до спостерігача зі швидкістю  $v = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  приймач реєструє випромінювання, довжина хвилі якого  $\lambda = 550 \text{ нм}$ .

Аналіз та розв'язок:

Дано:

$$v = 3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

$$\lambda = 550 \text{ нм}$$

$$\lambda_0 = ?$$

Запишемо формулу для ефекту Доплера  $v = v_0 \frac{1 - \beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ .

За умовою задачі джерело світла і спостерігач наближаються, тому кут  $\alpha = \pi$ ,  $\cos \pi = -1$ , а значить, формула спрощується:

$$v = v_0 \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = v_0 \frac{1 + \beta}{\sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}} = v_0 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

$$v = \frac{c}{\lambda}, \quad v_0 = \frac{c_0}{\lambda_0}$$

Підставимо і отримаємо  $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$  або  $\lambda_0 = \lambda \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$ .

Знаючи, що  $\beta = \frac{v}{c}$ , підставимо числові значення:

$$\lambda_0 = 550 \sqrt{\frac{1 + \frac{3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8}}{1 - \frac{3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8}}} = 550 \sqrt{\frac{1,1}{0,9}} = 550 \sqrt{1,22} = 608 \text{ нм.}$$

Відповідь:  $\lambda_0 = 608 \text{ нм}$ , тобто  $\lambda_0 \geq \lambda$ , що відповідає релятивістській теорії.

### Задачі для самостійного розв'язування та домашнього завдання

1. Яку швидкість повинно мати тіло, яке рухається, щоб його поздовжні розміри зменшились вдвічі?
2. Мезони космічних променів досягають поверхні Землі з різноманітними швидкостями. Знайти релятивістське скорочення розмірів мезона, який має швидкість, що дорівнює 95% швидкості світла.
3. У скільки разів збільшиться час існування нестабільної частинки (за годинником рухомого спостерігача), якщо вона розпочинає рухатись зі швидкістю, яка дорівнює 90% швидкості світла?
4. Мезон, який входить до космічних променів, рухається зі швидкістю, яка складає 95% швидкості світла. Який проміжок часу за годинником земного спостерігача відповідає одній секунді «власного часу» мезона?

5. На скільки збільшиться маса  $\alpha$ -частинки при прискоренні її від початкової швидкості, яка дорівнює нулеві, до швидкості, яка дорівнює  $0,9$  швидкості світла?
6. При якій швидкості маса електрона, який рухається, вдвічі більша за його масу спокою?
7. До якої енергії можливо прискорити частинки в циклотроні, якщо відносне збільшення маси частинки не повинно перевищувати  $5\%$ ? Задачу розв'язати для: 1) електронів, 2) протонів, 3) дейтронів.
8. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб його швидкість складала  $95\%$  швидкості світла?
9. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти протон, щоб його поздовжні розміри зменшилися вдвічі?
10. Знайти швидкість мезона, якщо його повна енергія в  $10$  разів більша за енергію спокою.
11. Яку долю швидкості світла повинна складати швидкість частинки, щоб її кінетична енергія дорівнювала її енергії спокою?
12. Синхрофазотрон дає пучок протонів із кінетичною енергією в  $10000$  МеВ. Яку долю швидкості світла складає швидкість протона в цьому пучку?
13. Чому дорівнює релятивістське скорочення розмірів протона в умовах попереднього завдання?
14. Електрони, які вилітають з циклотрона, мають кінетичну енергію  $0,67$  МеВ. Яку долю швидкості світла складає швидкість цих електронів?
15. Якій зміні маси відповідає зміна енергії на одну калорію?
16. З якою швидкістю  $v$  має летіти космічний корабель, віддаляючись від Землі, щоб зелений промінь лазера ( $\lambda_1 = 650$  нм), спрямований із Землі на корабель, здавався космонавтові червоним ( $\lambda_2 = 550$  нм)?
17. Космічне тіло віддаляється від Сонячної системи зі швидкістю  $v = 0,2$  м/с. Встановити зміщення  $\Delta\lambda$  спектральної лінії водню ( $\lambda$