

Практичне заняття 7

Дифракція в паралельних променях

План:

1. Дифракція в паралельних променях, або дифракція Фраунгофера.
2. Дифракція на щілині.
3. Дифракційна решітка.

Основні формули:

Умови *max* та *min* дифракції на одній щілині:

$$a \cdot \sin \varphi = k\lambda, \quad \text{min} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$a \cdot \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{max} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

де a – ширина щілини, φ – кут дифракції, k – порядок, або номер дифракційного мінімуму, λ – довжина хвилі.

Умови *max* та *min* дифракції на дифракційній решітці:

$$(a + b) \sin \varphi = k\lambda \quad \dots \quad \text{max},$$

$$(a + b) \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \dots \quad \text{min},$$

$a + b = d$, тоді умови дифракції

$$\begin{cases} d \cdot \sin \varphi = k\lambda \quad \text{max}, \\ d \cdot \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{min}, \\ k = 0, 1, 2, 3, \dots, \end{cases}$$

де a – ширина щілини; b – ширина темного проміжку між щілинами; ($a + b = d$) – період решітки; φ – кут дифракції, k – порядок, або номер максимуму або мінімуму, коли світло біле k – порядок спектра.

$$K_{\text{max}} = \frac{d}{\lambda}.$$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, що падає нормально на дифракційну решітку з періодом 2,2 мкм, якщо кут між напрямком на перший і другий максимуми дорівнює 15° .

Аналіз та розв'язок

Дано: $d = 2,2 \text{ мкм}$ $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 15$	$d \sin \varphi_1 = \lambda, \quad d \sin \varphi_2 = 2\lambda, \quad \text{або}$ $d \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2\lambda = 2d \sin \varphi_1,$ $\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2\lambda = 2 \sin \varphi_1,$ $\sin \varphi_1 \cos \Delta\varphi + \cos \varphi_1 \sin \Delta\varphi = 2 \sin \varphi_1$
$\lambda = ?$	

Поділимо на $\cos \varphi_1$, одержимо

1.

$$\frac{\sin \varphi_1 \cos \Delta\varphi}{\cos \varphi_1} + \frac{\cos \varphi_1 \sin \Delta\varphi}{\cos \varphi_1} = \frac{2 \sin \varphi_1}{\cos \varphi_1},$$

$$\text{tg } \varphi_1 \cos \Delta\varphi + \sin \Delta\varphi = 2 \text{tg } \varphi_1,$$

$$\text{або } \sin \Delta\varphi = 2 \text{tg } \varphi_1 - \text{tg } \varphi_1 \cdot \cos \Delta\varphi = \text{tg } \varphi_1 (2 - \cos \Delta\varphi),$$

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{\sin \Delta\varphi}{2 - \cos \Delta\varphi} = \frac{\sin 15^\circ}{2 - \cos 15^\circ} = \frac{0,2588}{2 - 0,9659},$$

тобто $\varphi_1 = 14'$.

$$d \cdot \sin \varphi_1 = \lambda; \quad \lambda = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2419 = 5,32 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Відповідь: $\lambda = 5,32 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Довжина хвилі близька до зеленого кольору.

Задача 2. Чи перекриватимуться спектри першого та другого порядків дифракційної решітки при освітленні її білим світлом (7000–4000 Å) ?

Аналіз та розв'язок:

Дано: $\lambda_\phi = 4000 \text{ Å}$ $\lambda_{\text{чер}} = 7000 \text{ Å}$	$d \sin \varphi_{1\text{чер}} = \lambda_{\text{чер}} = 7000,$ $d \sin \varphi_{2\phi} = 2\lambda_\phi = 8000,$ $\sin \varphi_{1\text{чер}} = \frac{7000}{d},$ $\sin \varphi_{2\phi} = \frac{8000}{d},$
---	---

$$\varphi_{2\phi} > \varphi_{1\text{чер}}.$$

Відповідь: Не перекриватимуться.

Задача 3. Який найбільший порядок спектра натрію ($\lambda = 5900 \text{ Å}$) можливо спостерігати за допомогою дифракційної решітки, яка має 500 штрихів на 1 мм при паралельному падінні світла на решітку?

Дано: $\lambda = 5900 \text{ Å}$ $N = 500$ $l = 1 \text{ мм}$	Формула дифракційної решітки: $d \cdot \sin \varphi = k\lambda, \quad d - \text{період, або сума світлого та темного проміжків } d = (a + b).$ Зрозуміло, що $d = \frac{l}{N}.$
$k_{\text{max}} = ?$	

Із формули решітки видно, що k буде максимальне, коли $\sin \varphi$ буде мати максимальне значення, тобто коли $\varphi = 90^\circ$, тому що d і λ постійні.

Підставимо всі величини в формулу для решітки, маємо

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}; \quad k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{l}{N \cdot \lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 5900 \cdot 10^{-10}} \approx 3,4,$$

тобто $k_{\max} = 3$.

Відповідь: $k_{\max} = 3$, тобто теоретично можливо спостерігати 3 порядки спектра натрію, а практично ще менше, тому що φ практично менший 90° .

Задачі для самостійного розв'язування та домашнього завдання

1. На щілину шириною 2 мм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 5890 \text{ \AA}$. Знайти кути, в направленні яких будуть спостерігатися мінімуми світла.
2. Дифракційна решітка має 2000 штрихів на 1 см. На її поверхню нормально падає пучок світла від лазера, активним елементом в якому є рубін, з довжиною хвилі 0,694 мкм. Визначити кут відхилення (в градусах) для максимуму в спектрі першого порядку. Прийняти $\sin 8' = 0,1388$, $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$.
3. Дифракційна решітка має 3000 штрихів на 1 см. На її поверхню нормально падає пучок світла від лазера, активним елементом в якому є рубін, з довжиною хвилі 0,7 мкм. Скільки всього максимумів дає ця дифракційна решітка? $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$.
4. Який найбільший порядок спектра натрію ($\lambda = 5900 \text{ \AA}$) можна спостерігати за допомогою дифракційної решітки, яка має 500 штрихів на 1 мм при нормальному падінні світла на решітку?
5. Скільки повних спектрів можна спостерігати за допомогою дифракційної решітки з 500 штрихами на 1 мм довжини, якщо ширина щілини дорівнює ширині проміжку між щілинами? Вважати, що повний спектр видимого світ-

ла з боку довгохвильового краю обмежений довжиною хвилі $\lambda = 7600 \text{ \AA}$.

6. Скільки штрихів на 1 мм довжини має дифракційна решітка, якщо зелена лінія ртуті $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ в спектрі першого порядку спостерігається під кутом $\alpha = 19^\circ 8'$
7. На дифракційну решітку нормально падає пучок світла, кут дифракції для натрієвої лінії $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ в спектрі першого порядку дорівнював $17^\circ 8'$. Деяка лінія дає в спектрі другого порядку кут дифракції в $24^\circ 12'$. Знайти довжину хвилі цієї лінії та число штрихів на 1 мм решітки.
8. На дифракційну решітку нормально падає пучок світла від розрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda = 6,7 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}$) спектра другого порядку?
9. Знайти найбільший порядок спектра для жовтої лінії натрію ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$), якщо постійна дифракційної решітки дорівнює 2 мкм.
10. На дифракційні ґрати нормально падає пучок монохроматичного світла. Максимум третього порядку спостерігається під кутом $36^\circ 48'$ до нормалі. Знайти постійну решітки, визначену в довжинах хвиль падаючого світла.
11. При освітленні дифракційної решітки білим світлом спектри 2-го та 3-го порядків частково перекриваються. На яку довжину хвилі в спектрі 2-го порядку накладається фіолетова границя ($\lambda = 0,4 \text{ мкм}$) спектра 3-го порядку?
12. Чи можуть перекриватися спектри першого та другого порядків дифракційної решітки при освітленості її видимим світлом ($7000\text{--}4000 \text{ \AA}$)?
13. Пучок рентгенівських променів падає на решітку з періодом 1 мкм під кутом $89^\circ 30'$. Кут дифракції для спектра другого порядку дорівнює 89° . Знайти λ .
14. Який максимальний порядок спектра може спостерігатися при дифракції світла з довжиною хвилі λ на решітці з періодом d ?
15. Визначити довжину хвилі спектральної лінії, зображення якої, що дає дифракційна решітка в спектрі третього порядку, співпадає з зображенням довжини $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ в спектрі четвертого порядку.

16. Описати характер спектрів дифракційної решітки, якщо її постійна дорівнює 1) подвійній ширині щілини; 2) потрійній ширині щілини; 3) збільшеній учетверо ширини щілини.
17. Чи можуть перекриватися спектри другого і третього порядків дифракційної решітки при освітленні її видимим світлом (7000 – 4000 Å)?
18. На дифракційну решітку паралельно падає світло від натрієвого полум'я $\lambda = 589$ мкм. При цьому для спектра третього порядку одержується кут відхилення $10^\circ 11'$. Яка довжина хвилі, для якої кут відхилення в другому порядку дорівнює $6^\circ 16'$?
19. На дифракційну решітку, яка має 50 штрихів на 1 мм, падає нормально паралельний пучок білого світла. Яка різниця кутів відхилення кінця першого та початку другого спектрів? Довжини крайніх червоних і крайніх фіолетових хвиль прийняти рівними 760 мкм і 400 мкм.
20. На решітку з постійною 0,006 мм нормально падає монохроматичне світло. Кут між спектрами 1-го та 2-го порядків дорівнює $4^\circ 36'$. Визначити довжину світлової хвилі.