

## Практичне заняття 8

### Дифракція рентгенівських променів.

### Голографія

План:

1. Роздільна здатність та дисперсія дифракційної решітки.
2. Дифракція рентгенівських променів. Падіння променів на решітку під певним кутом.

Основні формули:

1) Роздільна здатність  $A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$ ,

де  $\lambda$  – довжина хвилі,  $\delta\lambda$  – різниця між двома близькими довжинами хвиль,  $k$  – порядок спектра,  $N$  – кількість щілин на решітці.

2) Кутова дисперсія решітки  $D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos \varphi}$ ,

де  $d\varphi$  – кутова відстань між двома лініями в спектрі, що відрізняються за довжиною хвилі на  $1 \text{ \AA}$ ,  $d$  – постійна решітки,  $\varphi$  – кут дифракції.

3) Лінійна дисперсія  $D^* = \frac{dS}{d\lambda} = fD$ ,

де  $dS$  – лінійна відстань між двома лініями в спектрі, що відрізняються за довжиною хвилі на  $1 \text{ \AA}$ ,  $d\lambda$  – різниця між двома близькими довжинами хвиль,  $f$  – фокусна відстань лінзи, що проектує спектр на екран;  $D$  – кутова дисперсія.

Лінійна дисперсія, як правило, вимірюється в  $\frac{\text{мм}}{\text{\AA}}$ .

3. Формула Вульфа – Брегга:  $2d \sin \theta = k\lambda$ ,

де  $k = 1, 2, 3, \dots$ ,  $d$  – міжплощинна відстань у кристалі,  $\theta$  – кут ковзання променя,  $\lambda$  – довжина хвилі.

4. Різниця ходу та умова головних максимумів при похилому падінні променів на решітку  $d \cos \theta (\theta - \varphi) = k\lambda$ ,

де  $d$  – постійна решітки,  $\theta$  – кут падіння променів на решітку,  $\varphi$  – кут між перпендикуляром до поверхні решітки та променем, який зазнав дифракцію,  $k$  – номер порядку спектра,  $\lambda$  – довжина хвилі.

### Приклади розв'язування задач

**Задача 1.** Підрахувати роздільну здатність решітки з періодом  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$  і шириною  $3 \text{ см}$  в спектрах першого і четвертого порядків.

Аналіз та розв'язок:

Дано:  
 $= 2,5 \cdot 10^{-4}$  см  
 $l = 3$  см  
 $k_1 = 1$   
 $k_2 = 4$

$A_1 = ?$   
 $A_2 = ?$

Роздільна здатність  $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  за визначенням, з іншого боку, роздільна здатність решітки дорівнює  $A = kN$ ,  $N = \frac{l}{d}$ , тобто  $A_1 = k_1 \cdot N = k_1 \frac{l}{d}$ ,

$$A_1 = \frac{3}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 12000, \quad A_2 = \frac{4 \cdot 3}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 48000.$$

Відповідь:  $A_2 > A_1$ , чим більший порядок спектра, тим більше  $A$ , але практично далекі порядки спектрів не видні, тому збільшують роздільну здатність решіток не за рахунок  $k$ , а за рахунок  $N$ .

**Задача 2.** Визначити кутову дисперсію дифракційної решітки для  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  в спектрі першого порядку, постійна решітка дорівнює  $2,5 \cdot 10^{-4}$  см.

Аналіз та розв'язок:

Дано:  
 $\lambda = 5890 \text{ \AA}$   
 $k = 1$   
 $d = 2,5 \cdot 10^{-4}$  см  
 $D = ?$

Маємо

$$d \cdot \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

диференціюючи (1), маємо  $d \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = k\lambda$ ,

тобто  $D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos \varphi}$ , із (1)  $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$ ;

$$\sin \varphi = \frac{5890 \cdot 10^{-8}}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 2,236; \quad \varphi = 13^\circ 38', \text{ тоді}$$

$$\cos \varphi = \cos 13^\circ 38' = 0,972 \text{ і}$$

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos \varphi} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,972} = 4,1 \cdot 10^3.$$

Відповідь та аналіз:

$D = 4,1 \cdot 10^3$  рад/м. З формули для дисперсії видно, що чим менше  $d$ , тобто чим більша кількість штрихів на решітці, тим більша дисперсія, як і роздільна здатність.

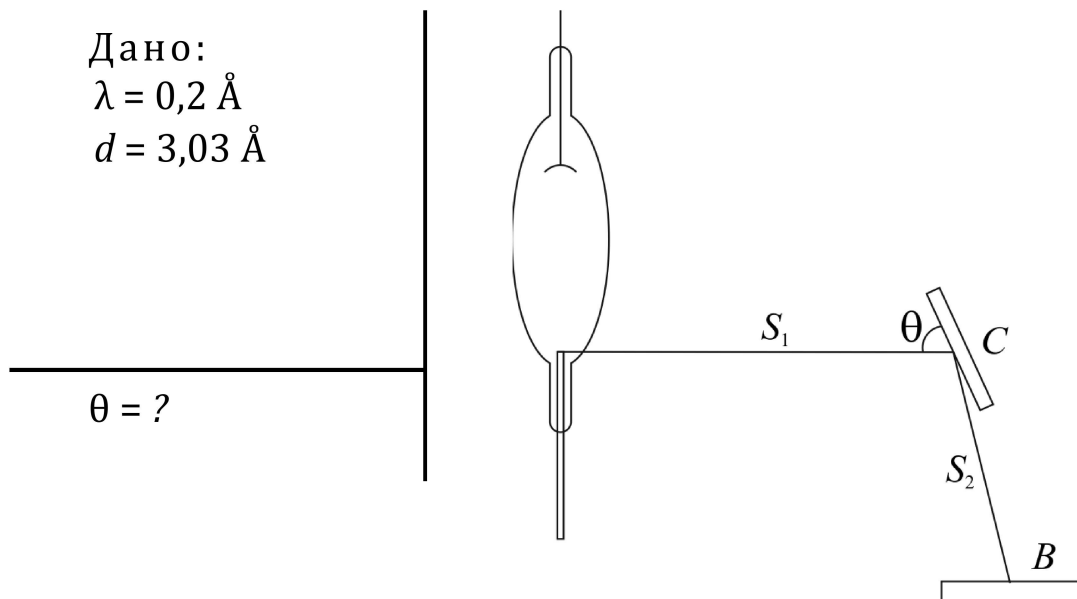
**Задача 3.** На рисунку показана експериментальна установка для спостереження дифракції рентгенівських променів. При повертанні кристала «С» тільки той промінь буде відбиватись на фотопластинку «В», довжина хвилі якого задовольняє рівнянню Вульфа – Брегга. При якому найменшому куті між площиною кристала і пучком рентгенівських променів були відбиті промені з довжиною хвилі в  $0,2 \text{ \AA}$ ? Постійна решітки кристала дорівнює  $3,03 \text{ \AA}$ .

Аналіз та розв'язок:

Дано:

$$\lambda = 0,2 \text{ \AA}$$

$$d = 3,03 \text{ \AA}$$



Записуємо формулу Вульфа - Брегга:

$$2d \sin \theta = k\lambda; \sin \theta = \frac{k\lambda}{2d}; \theta = \arcsin \frac{k\lambda}{2d};$$

$$\sin \theta = \frac{0,2}{2 \cdot 3,03} = 0,033; \theta = \arcsin 0,033 = 1^\circ 54'.$$

Відповідь та аналіз:

$\theta = 1^\circ 54'$ , тобто промені мають дуже великий нахил до поверхні кристала.

### Задачі для самостійного розв'язування

#### та домашнього завдання

1. Підрахувати мінімальне число штрихів решітки, яка може розрішити натрієвий дублет у спектрі першого порядку ( $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$ ).
2. Підрахувати роздільну здатність решітки з періодом  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$  і шириною  $2 \text{ см}$  в спектрах другого і третього порядків.
3. Чи змінюється роздільна здатність решітки при зміні нахилу первинного пучка, який падає на неї?
4. Чи змінюється роздільна здатність і дисперсійна область дифракційної решітки, якщо закрити нерухомо трубу, в

яку спостерігаються дифракційні спектри, та закрити щілини решітки через одну?

5. Якою повинна бути довжина дифракційної решітки, яка має 50 штрихів на міліметр, щоб у спектрі другого порядку можна було бачити дві лінії натрію:  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  і  $\lambda = 5896 \text{ \AA}$ ?
6. Чому дорівнює постійна дифракційної решітки, коли ця решітка може розрішити в першому порядку лінії спектра калію  $\lambda = 4044 \text{ \AA}$  і  $\lambda = 4047 \text{ \AA}$ ? Ширина решітки 3 см.
7. Чому повинна дорівнювати постійна дифракційної решітки шириною в 2,5 см для того, щоб у першому порядку може розрішити дублет натрію  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  і  $\lambda = 5896 \text{ \AA}$ ?
8. Постійна дифракційної решітки шириною в 2,5 см дорівнює 2 мкм. Яку різницю довжин хвиль може розділити ця решітка в області жовтих променів  $\lambda = 5900 \text{ \AA}$  в спектрі другого порядку?
9. На дифракційну решітку нормально падає пучок світла. Червона лінія ( $\lambda = 6300 \text{ \AA}$ ) видна в спектрі третього порядку під кутом  $\varphi = 60^\circ$ . Яка спектральна лінія видна під цим же кутом у спектрі четвертого порядку? Яку кількість штрихів на 1 мм довжини має дифракційна решітка? Чому дорівнює кутова дисперсія цієї решітки для лінії  $\lambda = 6300 \text{ \AA}$  в спектрі третього порядку?
10. Для якої довжини хвилі дифракційна решітка з постійною 5 мкм має кутову дисперсію  $D = 6,3 \cdot 10^5$  рад/м в спектрі третього порядку?
11. Довжина решітки 15 мм, період 5 мкм. У спектрі якого порядку (найменшого) можна роздільно спостерігати зображення двох спектральних ліній з різницею довжин хвиль 0,1 нм, якщо лінії належать до інтервалу від 780 нм до 700 нм?
12. Період дифракційної решітки 0,01 мм. Яку мінімальну кількість штрихів повинна мати решітка, щоб можна було окремо сприймати жовті лінії натрію  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$  і  $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$  в спектрі 1-го порядку? Яка мінімальна довжина решітки?
13. Пучок рентгенівських променів падає на решітку з періодом 1 мкм під кутом  $89^\circ 30'$ . Кут дифракції для спектра другого порядку дорівнює  $89^\circ$ . Знайти  $\lambda$ .